

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

**ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ МІСЬКОГО
ГОСПОДАРСТВА ІМЕНІ О. М. БЕКЕТОВА**

Є. І. Назаренко, Є. С. Орел

ФІЗИКА

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

(для студентів 1-го курсу денної форми та 1-2 курсів заочної форми навчання бакалаврів за напрямками 6.170202 - Охорона праці, 6.070101 - Транспортні технології (за видами транспорту), 6.060101 - Будівництво, 6.060103 - Гідротехніка (водні ресурси), 6.040106 - Екологія, охорона навколишнього середовища та збалансоване природокористування, 6.080101 - Геодезія, картографія та землеустрій, 6.050201 – Системна інженерія, 6.090103 – Лісове і садово-паркове господарство)

Назаренко Є. І. Фізика. Конспект лекцій (для студентів 1-го курсу денної форми та 1-2 курсів заочної форми навчання бакалаврів за напрямками 6.170202 - Охорона праці, 6.070101 - Транспортні технології (за видами транспорту), 6.060101 - Будівництво, 6.060103 - Гідротехніка (водні ресурси), 6.040106 - Екологія, охорона навколишнього середовища та збалансоване природокористування, 6.080101 - Геодезія, картографія та землеустрій, 6.050201 – Системна інженерія, 6.090103 – Лісове і садово-паркове господарство) / Є. І. Назаренко, Є. С. Орел; Харків. нац. ун-т. міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2015 – 93 с.

Автори: к. фіз.-мат. н., доц. Є. І. Назаренко,
к. фіз.-мат. н., доц. Є. С. Орел

Рецензент: доцент, канд. фіз.-мат. наук А. В. Безуглий

Рекомендовано кафедрою фізики,
протокол № 4 від 27 листопада 2014 р.

Вступ

Останнім часом внаслідок введення нових дисциплін час вивчення курсу фізики значно скорочено. Однак програма з фізики залишилась незмінною. Це потребує нових підходів до викладання фізики і нових підручників, які б враховували значно скорочені обсяги часу на вивчення фізики. Підручники з фізики, як правило, багатотомові й розраховані на трисеместрове викладання. При самостійній роботі це викликає значні труднощі для студентів. Тому виникла потреба разом з новим курсом мати скорочений у вигляді конспект лекцій, який відповідає об'єму викладання в Університеті, а підручники використовувати для більш поглибленого вивчення фізики під час самостійної роботи студентів.

Даний курс лекцій базується на одному з кращих підручників: "Курсу загальної фізики" І. В. Савельєва. Курс лекцій охоплює в скороченому викладанні практично весь матеріал вказаного тритомного курсу. При цьому максимально скорочено математичний апарат, приділено увагу фізичному змісту понять, явищ і законів. Все це сприяє при обмеженому обсягу часу на вивчення дисципліни якісно оволодіти основними поняттями, явищами і законами фізики при незмінній програмі з фізики.

ЧАСТИНА 1

ФІЗИЧНІ ОСНОВИ МЕХАНІКИ, МОЛЕКУЛЯРНОЇ ФІЗИКИ ТА ЕЛЕКТРОСТАТИКИ

ГЛАВА 1

МЕХАНІКА МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ ТА АБСОЛЮТНО ТВЕРДОГО ТІЛА

1. Кінематика матеріальної точки

Механіка – це вчення про найпростіші форми руху матерії, які полягають у переміщенні тіл одних відносно інших. Будь-який механічний рух можна розкласти на два компоненти – поступальний і обертальний.

Матеріальна точка – це тіло, розмірами якого можна знехтувати в умовах даної задачі. Абсолютно тверде тіло – це тіло, деформаціями якого можна знехтувати в умовах даної задачі.

Механіка поділяється на три розділи – **кінематику**, динаміку і статику. Кінематика вивчає рух без урахування сил, що діють на тіло. Динаміка вивчає рух з урахуванням сил, що діють на тіло. Статика вивчає рівновагу тіл під дією прикладених до нього сил.

Радіус-вектор. Положення матеріальної точки у просторі можна задати за допомогою радіуса-вектора \vec{r} , проведеного з початку координат у дану точку (див. рис. 1). При цьому $r_x=x$; $r_y=y$; $r_z=z$.

Переміщення. Позначимо $\Delta\vec{r}$ – вектор переміщення (або просто переміщення) за проміжок часу Δt – це вектор, який проведено з початкової (у момент часу t) у кінцеву точки траєкторії (в момент часу $t+\Delta t$).

Шлях ΔS – це довжина траєкторії за проміжок часу Δt .

У системі фізичних одиниць СІ модуль радіус-вектора, модуль переміщення та шлях вимірюють у метрах (м).

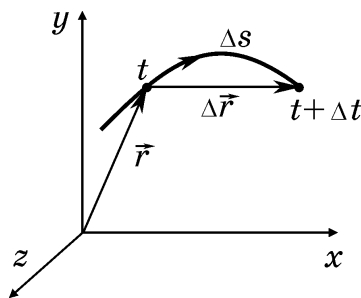


Рисунок 1

Швидкість. Середня швидкість $\vec{v}_{\text{сеп}}$ – це відношення переміщення $\Delta\vec{r}$ до часу Δt , за який відбулося це переміщення:

$$\vec{v}_{\text{сеп}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}. \quad (1.1)$$

Миттєва швидкість \vec{v} – це перша похідна радіус-вектора за часом:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \quad (1.2)$$

Миттєва швидкість направлена вдовж дотичної до траєкторії.

Проекції швидкості на координатні осі визначаються за формулами:

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}.$$

Модуль миттєвої швидкості дорівнює першій похідній від шляху за часом

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta r|}{\Delta t} = \frac{dS}{dt}. \quad (1.3)$$

При рівномірному русі тіло проходить за рівні проміжки часу Δt рівні шляхи ΔS , тому $v = \text{const}$ і визначається за формулою

$$v = S/t. \quad (1.4)$$

Середньо-шляхова швидкість – це відношення шляху S до часу t , за який матеріальна точка здолає цей шлях. Середньо-шляхова швидкість визначається за формулою (1.4).

У системі фізичних одиниць СІ модуль середньої швидкості, модуль миттєвої швидкості та середньо-шляхова швидкість вимірюють у метрах за секунду (1 м/с).

Обчислення пройденого шляху. Щоб визначити пройдений шлях при нерівномірному русі, потрібно розбити весь шлях на елементарні ділянки ΔS_i , настільки малі, що швидкості v_i на кожному елементарному шляху можна вважати незмінними. Тоді скориставшись формулою (1.4), отримаємо

$$S = \sum_i \Delta S_i \approx \sum_i v_i \Delta t_i. \quad (1.5)$$

Формула (1.5) тим точніша, чим менші проміжки часу Δt_i . Строгий знак рівності у (1.5) можна поставити тільки під знаком границі при $\Delta t_i \rightarrow 0$:

$$S = \lim_{\Delta t_i \rightarrow 0} \sum_i v_i \Delta t_i. \quad (1.6)$$

Підсумовування нескінченно малих у математиці має назву інтегрування і позначається

$$S_{12} = \int_{t_1}^{t_2} v \, dt. \quad (1.7)$$

Таким чином, щоб обчислити пройдений шлях від моменту часу t_1 до моменту часу t_2 , потрібно швидкість проінтегрувати за часом у вказаних межах. На координатній площині (v, t)

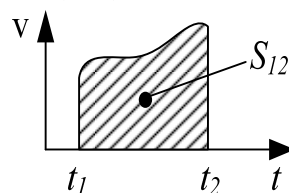


Рисунок 2

пройдений шлях чисельно дорівнює площі криволінійної трапеції, яка зверху обмежена графіком залежності $v(t)$, знизу – віссю часу, а ліворуч і праворуч – прямими $t=t_1$ і $t=t_2$ (див. рис. 2).

Прискорення. Якщо за час Δt приріст швидкості дорівнює $\Delta \vec{V}$, то середнє прискорення визначається формулою

$$\vec{a}_{\text{сеп}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}. \quad (1.8)$$

Миттєве прискорення – це перша похідна за часом від швидкості

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}. \quad (1.9)$$

Прискорення характеризує зміну вектора швидкості \vec{v} в одиницю часу. Як випливає з формули (1.9), для визначення прискорення доводиться диференціювати вектор швидкості. Щоб уникнути виконання цієї складної операції диференціювання, при криволінійному русі вектор прискорення \vec{a} розкладають на дві складові – тангенціальну складову \vec{a}_τ , яка направлена вздовж дотичної, і нормальну складову \vec{a}_n , яка направлена вздовж перпендикуляра до дотичної (див. рис. 3):

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau, \quad (1.10)$$

де

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}; \quad (1.11)$$

$$a_n = \frac{v^2}{R}; \quad (1.12)$$

R – радіус кривини траєкторії у даній точці. Тангенціальна складова (тангенціальне прискорення) \vec{a}_τ визначає зміну швидкості в одиницю часу за величиною, а нормальна складова \vec{a}_n (нормальне прискорення) – за напрямком. Тоді повне прискорення $a = a_n^2 + a_\tau^2$ і ми уникаємо диференціювання вектора \vec{V} у формулі (1.9).

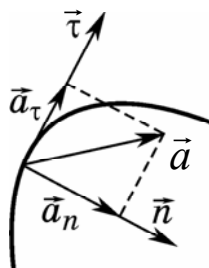


Рисунок 3

Обчислення швидкості, якщо відоме прискорення. Для рівнозмінного ($\vec{a} = \text{const}$) руху за рівні проміжки часу Δt швидкість змінюється на однакові прирости ΔV . Тому для цього руху прискорення

$$\vec{a} = \frac{\vec{V} - \vec{V}_0}{t}, \quad (1.13)$$

де \vec{V}_0 – початкова швидкість, тобто швидкість при $t=0$.

Для того, щоб визначити у загальному випадку зміну швидкості $\vec{V} - \vec{V}_0$ за час t , розіб'ємо весь час руху на елементарні проміжки настільки малі, що прискорення \vec{a}_i на кожній ділянці можна вважати незмінним і для кожного проміжку скористатися формулою (1.13). Тоді

$$\vec{V} - \vec{V}_0 = \sum_i \Delta \vec{V}_i \approx \sum_i \vec{a}_i \Delta t_i. \quad (1.14)$$

Формула (1.14) тим точніша, чим менший Δt_i . Строгий знак рівності можна поставити тільки під знаком границі, тобто

$$\vec{V} - \vec{V}_0 = \lim_{\Delta t_i \rightarrow 0} \sum_i \vec{a}_i \Delta t_i. \quad (1.15)$$

Звідси

$$\vec{V} = \vec{V}_0 + \int_0^t \vec{a}(t) dt. \quad (1.16)$$

При $\vec{a} = \text{const}$ формула (1.6) переходить у відому формулу для рівнозмінного руху

$$\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{a}t; \quad (1.17)$$

або в скалярному вигляді, спроектувавши вектори \vec{V} і \vec{a} на \vec{V}_0 , маємо

$$V = V_0 \pm a t, \quad (1.18)$$

де знак плюс відповідає рівноприскореному рухові, а знак мінус – рівносповільненому.

Підставляючи (1.18) у (1.7), отримаємо відому формулу для визначення шляху при рівнозмінному русі

$$S = V_0 t \pm \frac{at^2}{2}. \quad (1.19)$$

Таким чином формули

$$\begin{aligned} V &= \frac{dS}{dt}, & \vec{a} &= \frac{d\vec{V}}{dt}, \\ S &= \int_0^t V dt, & \vec{V} - \vec{V}_0 &= \int_0^t \vec{a} dt. \end{aligned}$$

є найбільш загальними кінематичними формулами, які справедливі для будь-якого руху.

2. Динаміка матеріальної точки

Первинними поняттями динаміки є маса і сила. Сила визначає величину й напрямок дії одного тіла на інше і, таким чином, є мірою взаємодії між тілами. Властивість тіл чинити опір зовнішній дії, зберігаючи свій стан руху або спокою, називається інертністю тіла. Мірою інертності тіла є маса. Щоб

уникнути плутанини, необхідно розрізнявати три близькі за походженням сили:

1. **Сила тяжіння** – це сила, що визначається законом всесвітнього тяжіння:

$$F = \gamma \frac{m M_z}{(R_z + h)^2}, \quad (1.20)$$

де γ – гравітаційна стала, m – маса тіла, M_z – маса Землі, R_z – радіус Землі, h – висота тіла над поверхнею Землі.

2. **Вага** – це сила, з якою тіло тисне на опору, або розтягує підвіс.

3. **Сила тяжіння** – це сила, що визначається формулою

$$\vec{P} = m\vec{g}, \quad (1.21)$$

де \vec{g} – прискорення вільного падіння.

Механіка, яка базується на трьох законах Ньютона і принципі відносності Галілея, називається класичною механікою. Її висновки справедливі для тіл великих (порівняно з масою елементарних частинок) мас, які рухаються з малими (порівняно із світлом) швидкостями.

1-й закон Ньютона (закон інерції). Тіло зберігає стан спокою або рівномірного прямолінійного руху доти, доки зовнішні дії (сили) не виведуть його з такого стану.

Системи відліку, в яких виконується цей закон, мають назву інерціальних. Інерціальних систем існує нескінченна кількість. Будь-яка система, що рухається рівномірно і прямолінійно відносно інерціальної, також є інерціальною.

2-й закон Ньютона (основний закон динаміки). Прискорення тіла прямо пропорційне результуючій всіх сил, що діють на тіло, і обернено пропорційне масі тіла:

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}_i}{m}. \quad (1.22)$$

3-й закон Ньютона. Сили, з якими взаємодіють тіла, завжди дорівнюють одна одній за величиною і протилежні за напрямком:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}.$$

(перший індекс показує до якого тіла прикладено силу, другий – з боку якого тіла діє сила).

Принцип відносності Галілея. Механічні явища у всіх інерціальних системах відліку протікають однаково. Тому рівняння динаміки (1.22) не змінюється при переході від однієї інерціальної системи відліку до іншої.

Імпульс матеріальної точки – це добуток її маси на швидкість:

$$\vec{p} = m\vec{V}. \quad (1.23)$$

З використанням імпульсу рівняння руху тіла (2-й закон Ньютона) можна записати у такому вигляді:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}. \quad (1.24)$$

Імпульс системи матеріальних точок дорівнює векторній сумі імпульсів всіх точок, що входять до системи:

$$\vec{P}_{сист} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_N = \sum_{i=1}^N \vec{p}_i. \quad (1.25)$$

Введемо центр інерції системи матеріальних точок. Це така точка у просторі, радіус-вектор \vec{r}_c якої визначається за формулою

$$\vec{r}_c = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}, \quad (1.26)$$

де m_i – маси матеріальних точок, \vec{r}_i – радіуси-вектори, що проведені з початку координат у кожен i -ту матеріальну точку (див. рис. 4). Тоді імпульс системи матеріальних точок

$$\vec{P}_{сист} = m \vec{V}_c, \quad (1.27)$$

де m – маса всієї системи, \vec{V}_c – швидкість її центра інерції. Формула (8) визначає також і імпульс твердого тіла.

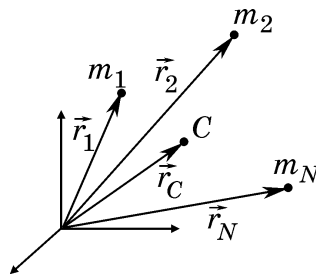


Рисунок 4

Закон збереження імпульсу системи. Повний імпульс замкненої системи матеріальних точок (тобто такої, на яку не діють зовнішні сили) за часом не змінюється.

3. Робота і енергія

Робота. Дія сили на ділянці шляху характеризується роботою, що визначається формулою (див. рис. 5)

$$A = F_s S = \vec{F} \vec{S}, \quad (1.28)$$

де $F_s = F \cos \alpha$ – проекція сили на напрямок переміщення (тобто на напрямок вектора миттєвої швидкості), а $\vec{F} \vec{S}$ – скалярний добуток сили \vec{F} на переміщення \vec{S} . Скалярним добутком двох векторів називається скаляр, який дорівнює добутку модулів векторів, що перемножуються, на косинус кута між ними. Формула (1.28) справедлива, якщо F_s є незмінною величиною на всьому шляху. Якщо проекція сили F_s змінюється, то щоб визначити її роботу, потрібно розбити весь шлях на елементарні відрізки шляху, які повинні бути настільки маленькими, щоб на кожному з них F_{si} можна було вважати незмінною величиною.

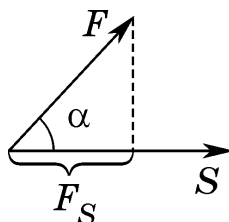


Рисунок 5

Тоді

$$A = \sum_i \Delta A_i \approx \sum_i F_{Si} \Delta S_i. \quad (1.29)$$

Формула (1.29) тим точніша, чим менші ΔS_i . Строгий знак рівності можна поставити тільки під знаком границі при $\Delta S_i \rightarrow 0$. Тоді

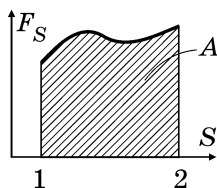


Рисунок 6

$$A = \lim_{\Delta S_i \rightarrow 0} \sum_i F_S \Delta S_i = \int_l^2 F_S dS. \quad (1.30)$$

На координатній площині (F_S, S) робота чисельно дорівнює площі криволінійної трапеції, яка зверху обмежена графіком залежності $F_S(S)$, знизу віссю шляху, ліворуч і праворуч – початковим і кінцевим значеннями шляху S (див. рис. 6). Якщо інтеграл в (1.30) не можна виразити через елементарні функції, то, побудувавши графік залежності $F_S(S)$ на міліметровому папері, можна визначити роботу як площу криволінійної трапеції.

Потужність. Це фізична величина, яка характеризує роботу за одиницю часу. Якщо за елементарний проміжок часу Δt виконується робота ΔA , то середня потужність

$$N_{\text{сер}} = \frac{\Delta A}{\Delta t}.$$

Миттєва потужність

$$N = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt},$$

тобто миттєва потужність дорівнює першій похідній від роботи за часом. Оскільки $A = \vec{F} d\vec{S}$, то для миттєвої потужності отримаємо формулу

$$N = \vec{F} \vec{V},$$

де в правій частині стоїть скалярний добуток вектора сили і вектора швидкості.

Потенціальне поле сил. Якщо на тіло в кожній точці простору діє сила, яка неперервно змінюється від точки до точки, то говорять що тіло знаходиться у полі сил.

Поле сил, робота яких не залежить від форми шляху (траєкторія), а визначається тільки початковим і кінцевим положенням тіла, має назву потенціального, а сили, що діють у цьому полі, – консервативними. Основна властивість потенціального поля сил – робота консервативних сил по замкненому шляху дорівнює нулю.

Поле сил тяжіння, поле сил пружності пружини – це приклади потенціальних полів сил. Робота сил тертя по замкненому шляху менша нуля, тому сили тертя – це неконсервативні сили.

Енергія. Величина, що характеризує здатність тіла виконати роботу, називається енергією. Розрізняють енергію двох типів: потенціальну й кінетичну.

Кінетична енергія E_k . Це енергія руху тіла, що визначається за формулою

$$E_k = \frac{mV^2}{2}.$$

Робота, що виконується над тілом, дорівнює приросту його кінетичної енергії.

$$A_{12} = E_{k2} - E_{k1}.$$

Потенціальна енергія E_p . Це енергія взаємодії між тілами у потенціальному полі сил. Для різних потенціальних полів сил, будуть і різні формули для потенціальної енергії:

- 1) у полі сил тяжіння $E_p = mgh$, де h – висота тіла над поверхнею Землі;
- 2) у полі сил пружності $E_p = kx^2/2$, де k – коефіцієнт пружності пружини, x – деформація пружини.

Робота консервативних сил над системою дорівнює зміні потенціальної енергії системи

$$A_{12}^{к.с.} = E_{p2} - E_{p1}.$$

Кінетична енергія – це характеристика одного тіла, а потенціальна – характеристика всієї системи.

Повна енергія системи. Це сума кінетичних енергій всіх тіл системи та її потенціальної енергії як цілого

$$E = \sum_{i=1}^N E_{ki} + E_p.$$

Закон збереження повної механічної енергії. Приріст повної енергії системи дорівнює роботі неконсервативних сил

$$\Delta E = E_2 - E_1 = A_{12\text{некон}}.$$

Якщо система тіл знаходиться у полі тільки консервативних сил ($A_{12\text{некон}}=0$), то $\Delta E = 0$. Таким чином, у системі тіл, на які діють тільки консервативні сили, повна механічна енергія залишається незмінною.

Зв'язок між потенціальною енергією і силою визначається за формулою

$$\vec{F} = -\vec{\nabla} E_p,$$

де $\vec{\nabla} = \vec{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \vec{e}_y \frac{\partial}{\partial y} + \vec{e}_z \frac{\partial}{\partial z}$ – оператор градієнта, або просто градієнт, \vec{e}_x , \vec{e}_y , \vec{e}_z – орти (одиничні вектори) координатних осей. Сила в потенціальному полі сил завжди направлена в бік максимально швидкого зменшення потенціальної енергії.

Умова рівноваги механічної системи. З формули (4) випливає умова рівноваги механічної системи: для замкненої системи тіл рівноважною може бути тільки конфігурація, що відповідає мінімуму потенціальної енергії системи, оскільки в мінімумі $\nabla E_p = 0$. Це буде стійке положення рівноваги. У максимумі потенціальної енергії досягається нестійке положення рівноваги.

4. Кінематика обертального руху

Кутова швидкість. Поворот тіла можна представити направленим відрізком уздовж осі обертання – вектором повороту $\Delta\vec{\varphi}$. Довжина цього вектора дорівнює куту повороту, а напрямок визначається за правилом правого гвинта (правилом свердлика) (див. рис. 7). Тільки дуже малі повороти задовольняють



Рисунок 7

правилу векторного додавання і, отже, є векторами. Якщо за час Δt виконується поворот $\Delta\vec{\varphi}$, то середня кутова швидкість

$$\vec{\omega}_{сер} = \Delta\vec{\varphi} / \Delta t. \quad (1.31)$$

Миттєва кутова швидкість

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}. \quad (1.32)$$

Таким чином, вектор кутової швидкості дорівнює першій похідній від вектора повороту за часом і направлений уздовж осі обертання і пов'язаний з напрямком обертання правилом правого гвинта (правилом свердлика). Модуль вектора кутової швидкості

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}. \quad (1.33)$$

При $\vec{\omega} = const$ відбувається рівномірний обертальний рух, для якого вводяться такі величини: T – період обертання (час одного оберту) та $\nu = 1/T$ – частота обертання. Тоді кутова швидкість

$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi/T. \quad (1.34)$$

Кутове прискорення. Якщо за час Δt приріст кутової швидкості $\Delta\vec{\omega}$, то середнє кутове прискорення

$$\vec{\alpha}_{сер} = \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t} \quad (1.35)$$

Миттєве кутове прискорення

$$\vec{\alpha} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \quad (1.36)$$

Вектор кутового прискорення $\vec{\alpha}$ характеризує зміну кутової швидкості в одиницю часу і дорівнює першій похідній від кутової швидкості за часом. Вектор $\vec{\omega}$ може змінюватися як за рахунок зміни швидкості обертання, так і за рахунок повороту осі обертання у просторі. Якщо напрямок осі обертання у просторі залишається незмінним, то модуль кутового прискорення

$$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}. \quad (1.37)$$

У формулі (1.37) α – проекція вектора $\vec{\alpha}$ на вектор $\vec{\omega}$, тобто алгебраїчна величина (може мати різні знаки) (див. рис. 8).

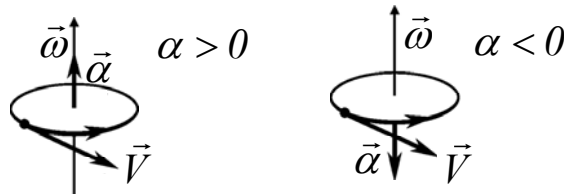


Рисунок 8

При $\alpha > 0$ вектори $\vec{\omega}$ і $\vec{\alpha}$ мають однаковий напрямок – обертання є прискореним, при $\alpha < 0$ вектори $\vec{\omega}$ і $\vec{\alpha}$ протилежно направлені – обертання сповільнене.

Зв'язок між лінійними і кутовими швидкостями і прискореннями має вигляд

$$V = \omega R; \quad (1.38)$$

$$a_\tau = \alpha R; \quad (1.39)$$

де R – радіус кола, по якому рухається матеріальна точка. Формулу (1.38) можна переписати у векторному вигляді:

$$\vec{V} = \vec{\omega} \times \vec{R}, \quad (1.40)$$

де \vec{R} – радіус-вектор матеріальної точки у площині обертання, а хрестик позначає векторний добуток векторів.

Математична довідка. Є такі операції над векторами: додавання векторів, віднімання векторів, два види добутків (скалярний і векторний), але немає ділення вектора на вектор.

Скалярний добуток $\vec{a} \vec{b}$ двох векторів – це скаляр: $\vec{a} \vec{b} = a b \cos \alpha$, де α – кут між векторами \vec{a} і \vec{b} .

Векторний добуток $\vec{a} \times \vec{b}$ двох векторів – це вектор, модуль якого $|\vec{a} \times \vec{b}| = a b \sin \alpha$, а напрямок перпендикулярний площині, яку проведено через вектори \vec{a} і \vec{b} , і пов'язаний з напрямком найменшого повороту від \vec{a} до \vec{b} правилом правого гвинта (див. рис. 9).

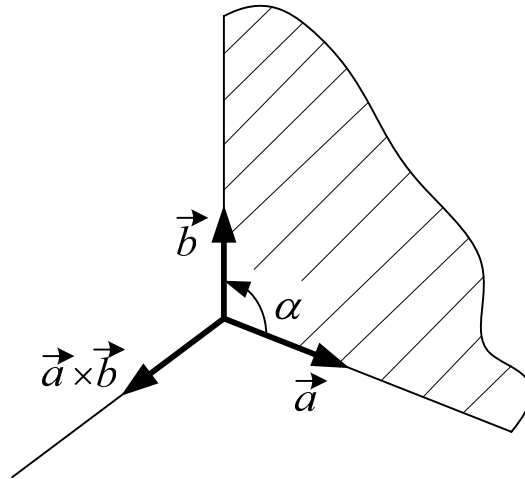


Рисунок 9

5. Динаміка обертального руху

Момент сили відносно точки. Моментом сили \vec{M} відносно точки (центра обертання) є векторний добуток радіуса-вектора \vec{r} , проведеного з центра обертання в точку прикладання сили \vec{F} і самої сили \vec{F} (див. рис. 10):

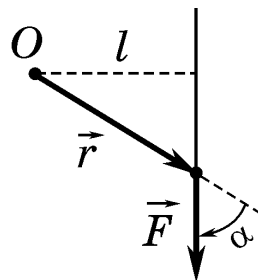


Рисунок 10

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}. \quad (1.41)$$

Модуль моменту сили

$$M = F l,$$

де $l = r \sin \alpha$ – плече сили.

Момент сили відносно осі. Момент сили M_z відносно осі z – це скалярна величина, яка дорівнює проекції на дану вісь вектора моменту сили відносно будь-якої точки цієї ж осі:

$$M_z = (\vec{r} \times \vec{F})_z, \quad (1.42)$$

де \vec{r} – радіус-вектор з точки на осі z у точку прикладання сили \vec{F} .

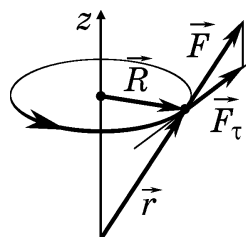


Рисунок 11

Можна переписати формулу (1.42) у вигляді

$$M_z = |\vec{R} \times \vec{F}_\tau| = R F_\tau, \quad (1.43)$$

де \vec{F}_τ – тангенціальна складова сили \vec{F} , тобто складова вздовж дотичної, \vec{R} – радіус-вектор у площині обертання (див. рис. 11).

Момент інерції тіла. Моментом інерції матеріальної точки називається добуток її маси m на квадрат відстані r від осі обертання:

$$I = m R^2. \quad (1.44)$$

Щоб визначити момент інерції твердого тіла, його потрібно уявно розбити на елементарні маси Δm_i , кожна з яких настільки мала, що її можна уявляти матеріальною точкою, за формулою (1.44) визначити момент інерції кожної елементарної маси, а потім підсумувати по всіх елементарних масах. У результаті отримаємо

$$I = \sum_i \Delta m_i r_i^2. \quad (1.45)$$

Формула (1.45) тим точніша, чим менше Δm_i . Строгий знак рівності можна поставити тільки під знаком границі при $\Delta m_i \rightarrow 0$, тобто

$$I = \lim_{\Delta m_i \rightarrow 0} \sum_i \Delta m_i r_i^2 = \int_M r^2 dm. \quad (1.46)$$

Інтегрування в формулі (1.46) проводиться по повній масі тіла M . Увівши локальну густину

$$\rho = \lim_{\Delta m \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV}, \quad (1.47)$$

отримаємо $dm = \rho dV$, де dV – елементарний об'єм.

Тоді формула (1.46) перепишеться у вигляді

$$I = \int_V \rho r^2 dV, \quad (1.48)$$

де інтегрування проводиться по об'єму тіла. Якщо тіло однорідне, тобто $\rho = \text{const}$, тоді

$$I = \rho \int_V r^2 dV. \quad (1.49)$$

Момент інерції тіла є мірою інерції тіла при обертальному русі, тоді як маса тіла – міра його інертності при поступальному русі.

Для однорідного циліндра маси m і радіуса R при обертанні навколо осі циліндра

$$I = \frac{1}{2} m R^2. \quad (1.50)$$

Для однорідної кулі маси m і радіуса R при обертанні навколо осі, що проходить через його центр:

$$I = \frac{2}{5} m R^2. \quad (1.51)$$

Для однорідного стержня масою m й довжиною l при обертанні навколо осі, що проходить через його центр, і площина обертання перпендикулярна до осі обертання

$$I = \frac{1}{12} m l^2. \quad (1.52)$$

Теорема Штейнера. Момент інерції тіла маси m відносно будь-якої осі дорівнює:

$$I = I_C + m a^2, \quad (1.53)$$

де I_C – момент інерції тіла відносно осі, яка проходить через центр інерції тіла і паралельна даній, a – відстань між осями.

Основне рівняння динаміки обертального руху (другий закон Ньютона для обертального руху) має вигляд

$$\vec{M} = I \vec{\alpha}, \quad (1.54)$$

де I – момент інерції тіла, $\vec{\alpha}$ – кутове прискорення.

Таким чином, результуючий момент сил, які діють на тіло, дорівнює добутку момента інерції тіла на його кутове прискорення.

Момент імпульсу матеріальної точки визначається аналогічно до момента сили. Відносно центра обертання O момент імпульсу (див. рис. 12)

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}, \quad (1.55)$$

де $\vec{p} = m \vec{V}$ – імпульс матеріальної точки, \vec{r} – радіус-вектор, проведений з центру обертання O у матеріальну точку.

Модуль момента імпульсу відносно точки O

$$L = p l, \quad (1.56)$$

де $l = r \sin \alpha$ – плече імпульсу. Відносно осі обертання z момент імпульсу

$$L_z = (\vec{r} \times \vec{p})_z, \quad (1.57)$$

де \vec{r} – радіус-вектор, проведений з будь-якої точки на осі в матеріальну точку, індекс z у векторного добутку вказує на те, що потрібно взяти проекцію вздовж осі z .

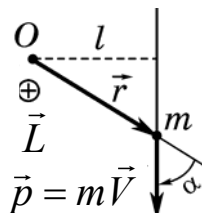


Рисунок 12

Момент імпульсу відносно осі можна представити так:

$$L_z = p_\tau R, \quad (1.58)$$

де p_τ – тангенціальна складова імпульсу (вздовж дотичної до кола обертання матеріальної точки), R – радіус кола в площині обертання.

Момент імпульсу системи матеріальних точок

$$\vec{L}_{cuc} = \vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \dots + \vec{L}_N = \sum_{i=1}^N \vec{L}_i. \quad (1.59)$$

Закон збереження моменту імпульсу. Для окремої матеріальної точки

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}, \quad (1.60)$$

де \vec{M} – результуючий момент сил, які діють на матеріальну точку.

Для системи матеріальних точок

$$\frac{d\vec{L}_{cuc}}{dt} = \vec{M}_{cuc}, \quad (1.61)$$

де \vec{M}_{cuc} – результуючий момент зовнішніх сил, які діють на систему матеріальних точок.

Якщо система замкнена ($\vec{M}_{cuc} = 0$), то

$$\frac{d\vec{L}_{cuc}}{dt} = 0 \quad \text{і} \quad \vec{L}_{cuc} = const.$$

У замкненій системі тіл повний момент імпульсу системи є незмінною величиною.

Момент імпульсу твердого тіла. При обертанні твердого тіла навколо осі симетрії його момент імпульсу прямо пропорційний кутовій швидкості:

$$\vec{L} = I \vec{\omega}, \quad (1.62)$$

де I – момент інерції тіла, відносно тієї ж осі, $\vec{\omega}$ – кутова швидкість. Продиференціюємо формулу (1.62) за часом і врахуємо (1.60). У результаті отримаємо:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(I\vec{\omega}) = \vec{M}, \quad (1.63)$$

і якщо $\vec{M} = 0$, то $I\vec{\omega} = const$. Таким чином, якщо результуючий момент зовнішніх сил, що діють на тіло, $M = 0$, то добуток $I\vec{\omega}$ залишається незмінним і зміна моменту інерції викликає за собою відповідну зміну кутової швидкості.

6. Енергія і робота при обертальному русі

Кінетична енергія. При обертанні навколо нерухомої осі кінетична енергія визначається формулою

$$E_k = \frac{I\omega^2}{2}, \quad (1.64)$$

де I – момент інерції тіла навколо цієї осі, $\vec{\omega}$ – кутова швидкість.

У загальному випадку рух тіла – це накладання двох рухів – поступального з швидкістю центра інерції \vec{V}_c й обертального з кутовою швидкістю ω навколо осі, яка проходить через центр інерції тіла.

У цьому випадку формула для кінетичної енергії отримує найбільш простий вигляд:

$$E_k = \frac{mV_c^2}{2} + \frac{I_c\omega^2}{2}, \quad (1.65)$$

де I_c – момент інерції відносно осі обертання, що проходить через центр інерції тіла.

Таким чином, у загальному випадку руху тіла його кінетична енергія складається з кінетичної енергії поступального руху і кінетичної енергії обертального руху навколо осі, яка проходить через центр інерції тіла.

Робота при обертання твердого тіла. Якщо результуючий момент сил \vec{M} , які діють на тіло, не змінюється ($\vec{M} = \text{const}$), то робота при обертанні:

$$A = M\varphi, \quad (1.66)$$

де φ – кут повороту. Якщо результуючий момент M є змінною величиною, то весь кут повороту потрібно розбити на елементарні повороти $\Delta\varphi_i$, такі малі, що моменти сил M_i на цих ділянках можна вважати незмінними величинами. Тоді для кожної i -ї ділянки можна застосувати формулу (1.66), а повна робота буде дорівнювати:

$$A = \sum_i \Delta A_i \approx \sum_i M_i \Delta\varphi_i. \quad (1.67)$$

Формула (1.67) тим точніше визначає роботу, чим менші $\Delta\varphi_i$. Строгий знак рівності можна поставити тільки під знаком границі при $\Delta\varphi_i \rightarrow 0$. В результаті отримаємо:

$$A = \lim_{\Delta\varphi_i \rightarrow 0} \sum_i M_i \Delta\varphi_i = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M d\varphi, \quad (1.68)$$

де φ_1 і φ_2 – початковий і кінцевий кути повороту. Таким чином, щоб визначити роботу при обертальному русі, потрібно результуючий момент сил, що діють на тіло, проінтегрувати за кутом повороту.

На координатній площині (M, φ) робота чисельно дорівнює

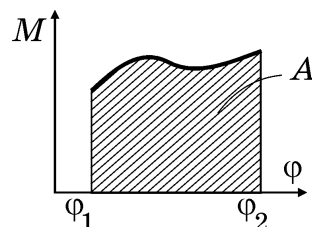


Рисунок 13

площі криволінійної трапеції, яка зверху обмежена графіком $M = f(\varphi)$, знизу віссю кута повороту, ліворуч і праворуч прямими $\varphi = \varphi_1$ і $\varphi = \varphi_2$ (див. рис. 13).

7. Рівняння руху тіла і умови рівноваги

Рух тіла визначається зовнішніми силами, що діють на тіло і моментами цих сил.

Рівняння руху тіла має вигляд:

$$m \vec{a} = \sum \vec{F}_i, \quad (1.69)$$

$$I \vec{\alpha} = \sum \vec{M}_i. \quad (1.70)$$

Формула (1.69) описує поступальний рух тіла, де \vec{a} – прискорення центра інерції тіла, формула (1.70) – обертальний рух. Моменти сил у формулі (1.70)

можна брати відносно будь-якої нерухомої осі або такої, що рухається без прискорення.

Умови рівноваги тіла мають вигляд:

$$\sum \vec{F}_i = 0, \quad (1.71)$$

$$\sum \vec{M}_i = 0. \quad (1.72)$$

Якщо виконується умова (1.71), то відсутній поступальний рух, а якщо (1.72) – то відсутній обертальний рух. Якщо умови (1.71), (1.72) виконуються одночасно, то тіло знаходиться у рівновазі.

Умова (1.72) повинна виконуватися відносно будь-якої нерухомої осі. Якщо вона виконується відносно трьох осей, що не лежать в одній площині, то вона виконується і відносно будь-якої осі. Тому його звичайно перевіряють відносно трьох координатних осей.

Висновок. Таким чином, якщо у формулах поступального руху зробити наступні шість замінів:

лінійний шлях	$S \rightarrow \varphi$	кут повороту
лінійна швидкість	$\vec{V} \rightarrow \vec{\omega}$	кутова швидкість
лінійне прискорення	$\vec{a} \rightarrow \vec{\alpha}$	кутове прискорення
сила	$\vec{F} \rightarrow \vec{M}$	момент сили
маса	$m \rightarrow I$	момент інерції
імпульс	$\vec{p} \rightarrow \vec{L}$	Момент імпульсу

то всі формули поступального руху тіла правильним чином перейдуть у відповідні формули обертального руху.

Список основних формул

Поступальний рух

$$m\vec{a} = \sum \vec{F}_i;$$

$$\vec{p} = m\vec{V};$$

$$E_k = \frac{mV^2}{2};$$

$$A = \int_1^2 F_s dS;$$

Обертальний рух

$$I\vec{\alpha} = \sum \vec{M}_i;$$

$$\vec{L} = I \vec{\omega};$$

$$E_k = \frac{I\omega^2}{2};$$

$$A_{I2} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M_z d\varphi.$$

ГЛАВА 2

МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА

1. Загальні положення

Молекулярна фізика вивчає будову і властивості речовини, виходячи з молекулярно-кінетичних уявлень, що

- 1) будь-яке тіло складається з великої кількості молекул;
- 2) молекули будь-якої речовини знаходяться у стані постійного теплового руху;
- 3) молекули взаємодіють між собою.

Молекулярна фізика розглядає властивості речовини як підсумковий результат дії молекул. При цьому вона користується статистичним методом, цікавлячись лише середніми величинами (середня швидкість молекул, середня енергія і т.п.)

Термодинаміка вивчає властивості тіл і явищ природи не цікавлячись їх мікроскопічною структурою. В основі термодинаміки лежать кілька фундаментальних законів, які виведені шляхом узагальнення великої сукупності експериментальних даних.

Підходячи до зміни стану речовини з різних точок зору (молекулярна фізика з мікроскопічного рівня, термодинаміка – з макроскопічного), вони взаємно доповнюють одна одну.

Система. Системою будемо називати сукупність тіл, що розглядається. Будь-яка система може знаходитися у різних станах. Величини, що характеризують стан системи, називаються параметрами стану. Так, газ має три параметри стану – тиск p , об'єм V , і температуру T .

Рівноважний стан. Якщо всі параметри системи визначені, то такий стан системи називається рівноважним. Будь-який рівноважний стан може бути зображений на координатній площині точкою.

Рівноважний процес – це процес, що складається з неперервної послідовності рівноважних станів. Рівноважним може бути тільки нескінченно повільний процес. Тільки рівноважні процеси на координатній площині можуть бути зображені відповідною кривою.

2. Внутрішня енергія системи

Внутрішня енергія тіла – це сума кінетичної енергії руху молекул, потенціальної енергії їх взаємодії і внутрішньомолекулярної енергії:

$$U_{\text{тіла}} = \sum E_k + E_p + E_{\text{вн.мол.}} \quad (2.1)$$

Внутрішня енергія системи дорівнює сумі внутрішніх енергій всіх тіл системи і потенціальної енергії взаємодії між ними:

$$U_{\text{сист.}} = \sum_{i=1}^N U_i + E_p. \quad (2.2)$$

Внутрішня енергія системи є функцією стану. Це означає, що будь-який раз, коли система опиняється у даному стані, її внутрішня енергія приймає тільки одне притаманне цьому стану значення.

При переході системи з одного стану в інший зміна внутрішньої енергії дорівнює різниці її значень у цих станах, незалежно від шляху переходу:

$$\Delta U_{12} = U_1 - U_2. \quad (2.3)$$

Внутрішню енергію системи можна змінити двома процесами і виконанням над системою роботи A і наданням їй кількості теплоти Q :

$$U_2 - U_1 = Q + A'. \quad (2.4)$$

Вводячи $A_{12} = -A'_{12}$ – роботу системи над зовнішніми тілами, отримаємо вираз для першого закону термодинаміки.

Перший закон термодинаміки стверджує, що Кількість теплоти, що надається системі, йде на приріст її внутрішньої енергії і на виконання роботи системою над зовнішніми тілами:

$$Q = (U_2 - U_1) + A. \quad (2.5)$$

Для визначення величин A і Q доводиться розбивати весь процес на послідовність елементарних процесів, що відповідають невеликій зміні параметрів системи. Для елементарного процесу 1-й закон термодинаміки має вигляд

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A, \quad (2.6)$$

де ΔQ – елементарна кількість теплоти; ΔA – елементарна робота; ΔU – приріст внутрішньої енергії.

Робота при зміні об'єму. При ізобарному ($p = \text{const}$) процесі робота зі зміни об'єму газу визначається формулою

$$A_{12} = p(V_1 - V_2), \quad (2.7)$$

де p – тиск газу; V_1 і V_2 – початковий і кінцевий об'єми.

Якщо тиск газу змінюється у процесі виконання роботи, то всю зміну об'єму слід розбити на такі елементарні зміни ΔV_i , для яких тиск p_i можна вважати незмінним. Тоді для елементарних процесів можна скористатися формулою (2.7) і записати повну роботу у вигляді

$$A_{12} \approx \sum_i p_i \Delta V_i. \quad (2.8)$$

Строгий знак рівності можна поставити тільки під знаком границі при $\Delta V_i \rightarrow 0$. У результаті отримаємо.

$$A_{12} = \lim_{\Delta V_i \rightarrow 0} \sum p_i \Delta V_i = \int_{V_1}^{V_2} p dV. \quad (2.9)$$

Тобто щоб визначити роботу системи при зміні об'єму, потрібно тиск проінтегрувати за об'ємом від початкового V_1 до кінцевого V_2 значень.

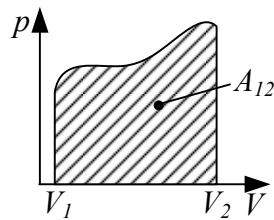


Рисунок 14

На координатній площині (p, V) робота дорівнює площі криволінійної трапеції, яка зверху обмежена графіком залежності $p = f(V)$, знизу – віссю V , ліворуч і праворуч прямими $V = V_1$ і $V = V_2$ (див. рис. 14).

3. Елементарна кінетична теорія газів

Ідеальний газ – це сукупність однакових молекул, які хаотично рухаються і не взаємодіють між собою на відстані. Розміри молекул настільки малі, що їх сумарним об'ємом можна знехтувати порівняно з об'ємом посудини.

Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії для тиску. Тиск газу на стінки посудини обумовлений співударами молекул зі стінками і передачею їм імпульсу. При цьому виникає тиск газу на стінки, який дорівнює

$$p = n k T, \quad (2.10)$$

де n – кількість молекул в одиниці об'єму, $k = R / N_A$ – стала Больцмана, $R = 8,31 \text{ Дж} / (\text{К моль})$ – універсальна газова стала, $N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ число Авогадро (кількість молекул в одному молі речовини).

Ступені вільності. Ступенями вільності механічної системи називаються незалежні змінні, які потрібно задати, щоб визначити положення системи у просторі.

Матеріальна точка має три ступеня вільності – це її координати (x, y, z) . Тверде тіло має шість ступенів вільності: три координати центра інерції тіла (x_c, y_c, z_c) і три кути (θ, φ, ψ) які визначають положення у просторі двох пов'язаних з тілом взаємно перпендикулярних осей, які проходять через центр інерції тіла (див. рис. 15, а). Величини (x_c, y_c, z_c) змінюються у процесі поступального руху тіла і називаються поступальними ступенями вільності. Кути (θ, φ, ψ) змінюються у процесі обертального руху тіла і називаються обертальними ступенями вільності.

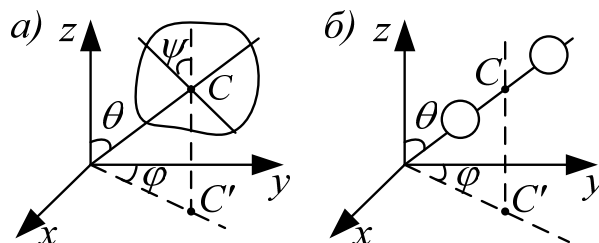


Рисунок 15

Система двох жорстко зв'язаних між собою матеріальних точок (двохатомна молекула) має п'ять ступенів вільності $(x_c, y_c, z_c, \theta, \varphi)$ (див. рис.

15, б). При обертанні навколо власної осі положення молекули не змінюється, тому необхідно задавати тільки два кути.

Принцип рівнорозподілу енергії за ступенями вільності. Ні один з видів руху молекули не має переваги перед іншими, тому на будь-яку ступінь вільності молекули у середньому припадає однакова енергія:

$$\langle \varepsilon \rangle_{ст. вільн.} = \frac{1}{2} kT. \quad (2.11)$$

Тоді середня енергія теплового руху молекул:

$$\langle \varepsilon \rangle_{ст. св} = \frac{i}{2} kT, \quad (2.12)$$

де
$$i = n_{пост} + n_{об} + 2n_{кол}, \quad (2.13)$$

$n_{пост}$ – кількість поступальних ступенів вільності; $n_{об}$ – обертальних, $n_{кол}$ – коливальних (коливальні ступені вільності мають вдвічі більшу енергоємність, ніж поступальні й обертальні, і тому у формулу (2.13) вони входять подвійно). При невисоких температурах коливальні ступені вільності не збуджені і число ступенів вільності дорівнює: $i = 3$ – для одноатомних молекул; $i = 5$ – для двоатомних молекул; $i = 6$ – для трьох (і вище) атомних молекул (тобто як і для твердого тіла).

Внутрішня енергія ідеального газу складається з енергії теплового руху окремих молекул і для довільної маси газу m визначається формулою

$$U = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i}{2} RT. \quad (2.14)$$

Теплоємність газів. Для газів розрізняють два типи теплоємностей: при сталому об'ємі – C_V і при сталому тиску – C_p .

Молярні теплоємності, тобто теплоємності одного моля газу, визначаються формулами:

$$C_V = \frac{i}{2} R, \quad C_p = C_V + R. \quad (2.15)$$

Адіабатний процес – це процес, який протікає без теплообміну газу із зовнішнім середовищем (тобто $dQ=0$). Якщо покласти $dQ=0$ у рівнянні першого закону термодинаміки

$$dQ = \frac{m}{\mu} \cdot C_V dT + p dV, \quad (2.16)$$

то отримаємо рівняння адіабати ідеального газу:

$$pV^\gamma = const, \quad (2.17)$$

де $\gamma = C_p / C_V = (i+2)/i$, γ – коефіцієнт адіабати, який визначається кількістю ступенів вільності i молекули. Формула (2.17) має назву рівняння Пуассона.

4. Розподіл молекул за швидкостями і потенціальними енергіями

Розподіл молекул за швидкостями. Молекули газу рухаються з різними швидкостями. При цьому величини і напрямки швидкостей кожної молекули безперервно змінюються через зіткнення. Можливі значення швидкості

молекул лежать у межах від 0 до ∞ . Дуже великі і дуже малі порівняно з середніми швидкості мало ймовірні.

Розподіл молекул газу за швидкостями визначається функцією розподілу Максвелла, яка має вигляд:

$$f(v) = A \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \cdot v^2. \quad (2.18)$$

(тут m – маса молекули, v – її швидкість, A – стала, яка залежить від m та T). Функція розподілу $f(v)$ визначає густину ймовірності, тобто ймовірність того, що швидкість молекул лежить у заданому одиничному інтервалі швидкостей. Тоді $f(v)\Delta v$ визначає ймовірність того, що швидкість молекул лежить в інтервалі швидкостей від v до $v + \Delta v$ (Δv – інтервал швидкостей). Одночасно $f(v)\Delta v$ визначає відносну кількість молекул, швидкості яких лежать в інтервалі швидкості від v до $v + \Delta v$.

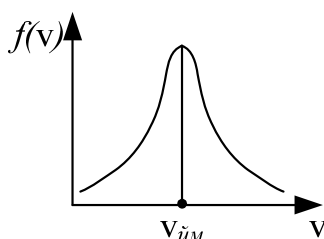


Рисунок 16

Швидкість, що відповідає максимуму функції розподілу $f(v)$, називається найбільш ймовірною швидкістю (див. рис. 16)

$$v_{ym} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}, \quad (2.19)$$

де m – маса молекул, k – стала Больцмана, T – абсолютна температура. Знаючи розподіл молекул за швидкостями, можна визначити середнє значення швидкості молекул газу:

$$\langle v \rangle = \int_0^{\infty} v f(v) dv = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}. \quad (2.20)$$

Функція (2.18) розподілу молекул газу за швидкостями одночасно є і функцією розподілу молекул газу за кінетичними енергіями:

$$f(v) = A' \cdot e^{-\frac{\epsilon_k}{kT}}, \quad (2.21)$$

де ϵ_k – кінетична енергія молекул, A' – стала, що залежить від m та T .

Розподіл молекул за потенціальними енергіями описується функцією розподілу Больцмана:

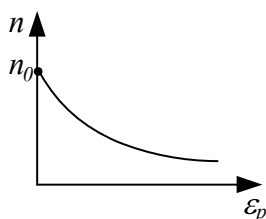


Рисунок 17

$$n = n_0 \cdot \exp\left(-\frac{\varepsilon_p}{kT}\right), \quad (2.22)$$

де n – кількість молекул в одиниці об'єму з потенціальною енергією ε_k ; n_0 – кількість молекул в одиниці об'єму з потенціальною енергією $\varepsilon_p=0$. Молекули розподілені з більшою густиною там, де менша їх потенціальна енергія (див. рис. 17).

Середня довжина вільного пробігу молекул газу. Мінімальна відстань, на яку наближаються при співударі центри двох молекул, називається ефективним діаметром молекули (див. рис. 18). Величина $\sigma = \pi d^2$ – ефективний переріз молекули. Ефективний діаметр молекули зменшується із зростанням температури, бо при цьому зростають швидкості теплового руху молекул газу. Середній шлях між двома послідовними співударами молекули називається середньою довжиною вільного пробігу λ і визначається за формулою

$$\lambda = \frac{l}{\sqrt{2} \pi d^2 n}. \quad (2.23)$$

Оскільки при $T=\text{const}$ кількість молекул в одиниці об'єму $n \sim p$, то $\lambda \sim 1/p$, тобто із зниженням тиску середня довжина вільного пробігу збільшується.

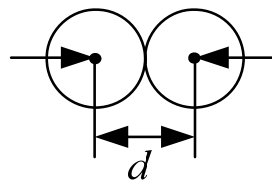


Рисунок 18

5. Явища переносу

Це явища, які виникають при відхиленні газу від стану рівноваги. До них відносяться: внутрішнє тертя, теплопровідність і дифузія.

Внутрішнє тертя. Якщо швидкості впорядкованого руху молекул у потоці газу змінюються від шару до шару (тобто шари рухаються з різними швидкостями), то між шарами газу виникають сили внутрішнього тертя (див. рис. 19), які визначаються за формулою

$$F = \eta \frac{du}{dz} S, \quad (2.24)$$

де η – коефіцієнт внутрішнього тертя, $\frac{du}{dz}$ – градієнт швидкості впорядкованого руху молекул, який характеризує зміну швидкості у перпендикулярному напрямку z , S – площа шарів. Коефіцієнт внутрішнього тертя чисельно рівний силі, що діє на одиничну площадку при одиничному градієнті швидкості.

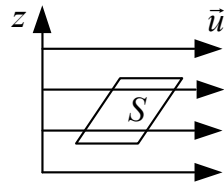


Рисунок 19

Молекули газу переходять внаслідок теплового руху з шару в шар і переносять з собою імпульс. У результаті імпульс більш повільного шару зростає, а більш швидкого зменшується. Перенесення імпульсу з шару в шар і обумовлює виникнення внутрішнього тертя.

У молекулярно-кінетичній теорії є формула для коефіцієнта внутрішнього тертя

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \lambda, \quad (2.25)$$

де ρ – густина газу; $\langle v \rangle$ – середня швидкість теплового руху молекул; λ – середня довжина вільного пробігу молекул.

Теплопровідність газів. Якщо в газі вздовж деякого напрямку z температура не залишається сталою, то вздовж цього напрямку встановлюється потік q тепла в напрямку зменшення температури (див. рис. 20).

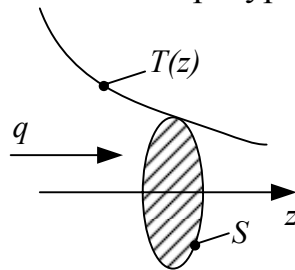


Рисунок 20

$$q = \chi \frac{dT}{dz} S, \quad (2.26)$$

де $q = \frac{dQ}{dt}$ – потік теплоти, тобто кількість тепла, яка переноситься через площадку S у одиницю часу, $\frac{dT}{dz}$ – градієнт температури, який характеризує швидкість зміни температури вздовж осі z , S – площа ділянки S , χ – коефіцієнт теплопровідності, який дорівнює потоку тепла через одиничну площадку при одиничному градієнті температури.

Теплопровідність обумовлена тим, що переміщуючись внаслідок теплового руху, кожна молекула переносить з місця з більшою температурою в місце з меншою температурою енергію $\langle \epsilon \rangle = \frac{3}{2} k T$. У результаті теплопровідності температура менш нагрітих місць підвищується, а температура більш нагрітих – зменшується. Коли температури вирівнюються, теплопровідність припиняється.

Дифузія у газах. Якщо концентрація C (тобто, маса в одиниці об'єму) газу вздовж деякого напрямку z у просторі (див. рис. 21) змінюється, то внаслідок теплового руху молекул буде виникати процес вирівнювання концентрацій, який супроводжується переносом маси. У результаті в напрямку зменшення концентрації виникає потік маси:

$$\mu = -D \frac{dc}{dz} \cdot S,$$

де $\mu = \frac{dm}{dt}$ – потік маси, тобто маса, що переноситься через площадку S в одиницю часу, $\frac{dc}{dz}$ – градієнт концентрації, який характеризує швидкість зміни концентрації вздовж осі z , S – плоска перпендикулярна до осі z площадка; D – коефіцієнт дифузії, який чисельно рівний потоку маси через одиничну площадку при одиничному градієнті концентрації. Коли концентрація вирівнюється, дифузія припиняється.

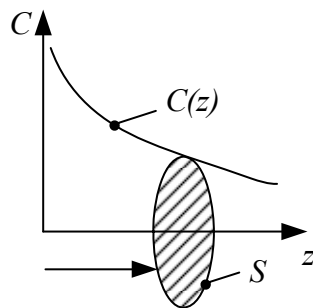


Рисунок 21

Висновок. Якщо в результаті хаотичного теплового руху молекул газу переноситься імпульс, то виникає внутрішнє тертя, якщо переноситься енергія, то теплопровідність, а якщо маса, то дифузія. Тому всі ці явища об'єднуються загальною назвою – явища переносу.

6. Термодинаміка

Оборотні процеси. Оборотним процесом називається процес, який можна провести у зворотному напрямку таким чином, щоб система пройшла через ті самі стани, що й при прямій ході, але в зворотній послідовності. Оборотні процеси мають таку властивість: якщо при прямій ході система отримувала теплоту dQ і виконувала роботу dA , то при зворотній ході система віддає тепло $dQ' = dQ$ і над нею виконується робота $dA' = dA$.

Коефіцієнт корисної дії (ККД) теплової машини. Термодинаміка виникла спочатку як наука про теплові машини. Теплова машина – це пристрій, який перетворює теплову (внутрішню) енергію у механічну роботу. Будь-яка теплова машина являє собою систему, що виконує певний круговий процес (цикл) і складається з робочої речовини, нагрівача і охолоджувача (див. рис. 22). У ході циклу робоча речовина спочатку розширюється, а потім знову стискається. Щоб робота за цикл була позитивна, при розширенні робочий

речовині надається теплота Q_1 , а при стисканні – відбирається теплота Q_2 . Різниця між теплотою отриманою і відданою робочою речовиною перетворюється у корисну роботу. Коефіцієнт корисної дії теплової машини

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}. \quad (2.27)$$

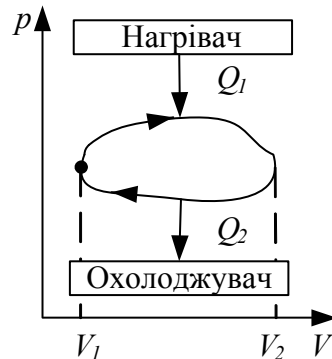


Рисунок 22

Другий закон термодинаміки. Якщо перший закон термодинаміки встановлює кількісні співвідношення у теплових процесах, то другий закон вказує на направленість цих процесів.

Не можливі процеси, єдиним і кінцевим результатом яких був би перехід тепла від тіл менш нагрітих до тіл більш нагрітих.

Якщо перехід тепла від менш нагрітих тіл до більш нагрітих не є єдиним кінцевим результатом цього процесу, то такий перехід можливий, наприклад у холодильній камері, де тепло переходить від менш нагрітих тіл до більш нагрітих, але при цьому виконується робота.

Цикл Карно. З другого закону термодинаміки випливає, що єдиним оборотним процесом, який супроводжується теплообміном з тепловим резервуаром з постійною температурою, є ізотермічний процес, що протікає при температурі резервуара.

Отже оборотний цикл, у ході якого система вступає у теплообмін з двома тепловими резервуарами, повинен складатися з двох ізотерм і двох адіабат. Адіабати йдуть крутіше ізотерм і замикають дві ізотерми у цикл. Такий цикл було введено в розгляд Карно і він отримав його ім'я (див. рис. 23), а теплова машина, яка працює за циклом Карно, називається ідеальною тепловою машиною.

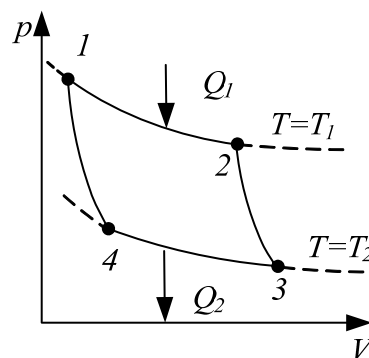


Рисунок 23

ККД циклу Карно визначається формулою

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad (2.28)$$

де T_1 – температура нагрівача; T_2 – температура охолоджувача.

Нерівність Клаузіуса.

Справедливі два твердження:

1. ККД всіх оборотних теплових машин, що працюють в ідентичних умовах (тобто при однакових температурах нагрівача і охолоджувача), однаковий.

2. ККД теплової машини, яка працює за необоротним циклом, завжди менший, ніж ККД машини, що працює за оборотним циклом, якщо умови роботи двох машин однакові. Це пояснюється тим, що повна робота при необоротному циклі менша, ніж при оборотному.

Якщо система у циклі вступає у теплообмін з N тілами, при цьому від тіла з температурою T_i отримує кількість тепла ΔQ_i (див. рис. 24), то повинна виконуватися умова:

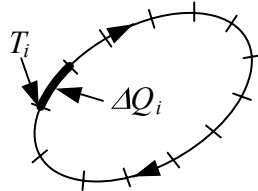


Рисунок 24

$$\sum_{i=1}^N \frac{\Delta Q_i}{T_i} \leq 0, \quad (2.29)$$

яка має назву нерівності Клаузіуса. Відношення теплоти ΔQ_i , яку отримує система, до температури T_i , при якій ця теплота доставляється у систему, називається зведеною кількістю теплоти. З нерівності (2.29) випливає, що сума зведених кількостей теплоти, отриманих системою за цикл, дорівнює нулю, якщо цикл оборотний і менша нуля, якщо цикл необоротний.

Ентропія. Із нерівності Клаузіуса випливає, що сума зведених кількостей теплоти, отриманих системою при оборотному переході з одного стану в інший, не залежить від шляху, за яким виконується перехід, а залежить тільки від початкового і кінцевого станів (див. рис. 25):

$$\sum_{\substack{I \rightarrow 2 \\ (I)}} \frac{\Delta Q}{T} = \sum_{\substack{I \rightarrow 2 \\ (II)}} \frac{\Delta Q}{T} = \sum_{\substack{I \rightarrow 2 \\ (III)}} \frac{\Delta Q}{T}. \quad (2.30)$$

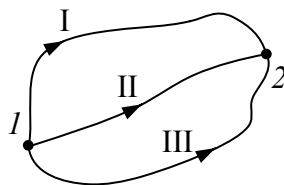


Рисунок 25

Звідси випливає, що при оборотному переході величина $\Delta Q/T$ є приростом деякої функції стану. Ця функція позначається S і називається ентропією системи:

$$\left(\frac{\Delta Q}{T} \right)_{\text{обор.}} = \Delta S. \quad (2.31)$$

Таким чином, ентропія – це функція стану системи, приріст якої при оборотному процесі дорівнює зведеній кількості теплоти, отриманої системою:

$$\sum_{I \rightarrow 2} \Delta S = S_2 - S_1, \quad (2.32)$$

де S_1 – значення ентропії у початковому стані, S_2 – у кінцевому.

Фізичний зміст ентропії випливає із статистичного визначення ентропії, яке вивів Больцман:

$$S = k \ln w, \quad (2.33)$$

де k – стала Больцмана; w – термодинамічна ймовірність системи, що характеризує кількість різних способів, якими може бути реалізований даний стан системи.

Таким чином, ентропія – міра хаосу (непорядкованості) в системі. Чим більша ентропія – тим більший хаос в системі.

Властивості ентропії. З урахуванням необоротних процесів, формула (2.31) переписується у вигляді нерівності

$$\Delta S \geq \frac{\Delta Q}{T}, \quad (2.34)$$

де знак рівності береться для оборотних процесів, а нерівності – для необоротних. Для ізольованої системи $\Delta Q=0$ і $\Delta S \geq 0$. З цього випливає, що: 1) ентропія ізольованої системи тільки збільшується, якщо процеси в неї необоротні (закон збільшення ентропії); 2) ентропія ізольованої системи залишається сталою, якщо процеси в ній оборотні (закон збереження ентропії).

ГЛАВА 3 ЕЛЕКТРОСТАТИКА

1. Електричне поле у вакуумі

Електричний заряд. Електричний заряд – це невід’ємна властивість елементарних частинок, як і їх маса. Електричні заряди в природі виникають і зникають тільки парами (позитивний і негативний). Звідси випливає закон збереження заряду: сумарний заряд електрично ізольованої системи є незмінною величиною.

Закон Кулона. Сила взаємодії між двома точковими зарядами визначається законом Кулона:

$$F_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1 q_2|}{r^2}, \quad (3.1)$$

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21},$$

де r – відстань між точковими зарядами, $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ (Ф/м) – електрична стала, q_1, q_2 – точкові заряди, F_{12} – сила, що діє на перший заряд з боку другого, F_{21} – сила, що діє на другий заряд з боку першого.

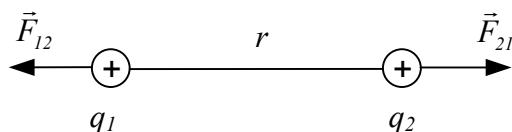


Рисунок 26

Електричне поле. Взаємодія між зарядами, що знаходяться в стані спокою, здійснюється через електричне поле. Електричне поле – це форма матерії, що породжується зарядженими тілами і здійснює взаємодію між ними.

На рисунку 26 заряд q_1 утворює електричне поле і через нього діє з силою F_{21} на заряд q_2 ; заряд q_2 , в свою чергу, утворює своє електричне поле і через нього діє з силою F_{12} на заряд q_1 .

Напруженість електричного поля. В електричному полі на заряд діє сила. Відношення цієї сили до величини заряду є силовою характеристикою електричного поля в точці і називається напруженістю:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}. \quad (3.2)$$

За напрямком вектора напруженості \vec{E} приймається напрям сили, що діє на позитивний заряд. Напруженість чисельно дорівнює силі, що діє на одиничний позитивний заряд.

Для точкового заряду

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}. \quad (3.3)$$

де r – відстань від заряду до точки спостереження.

Принцип суперпозиції. Для системи зарядів напруженість поля визначається за допомогою принципу суперпозиції

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_N. \quad (3.4)$$

Тобто напруженість поля системи зарядів дорівнює векторній сумі напруженостей полів, що утворюються кожним із зарядів окремо.

Лінії напруженості електричного поля. Електричне поле зображують за допомогою ліній напруженості, які:

- 1) починаються на позитивних і закінчуються на негативних зарядах, або йдуть на нескінченність, чи приходять з нескінченності;
- 2) у просторі проводяться так, що в кожній точці лінії напруженості вектор напруженості \vec{E} направлений вздовж дотичної до лінії напруженості;
- 3) густина ліній напруженості пропорційна самій напруженості.

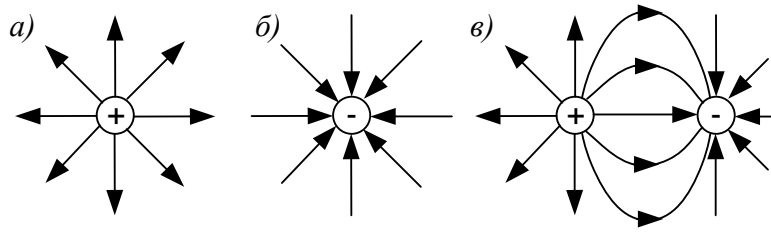


Рисунок 27

На рисунку 27, а, б зображено електричне поле усамітнених позитивних і негативних зарядів, на рисунку 27, в – поле диполя – системи двох однакових різнойменних зарядів, що розташовані на невеликій відстані один від одного.

Потенціал електричного поля. В електричному полі заряд має потенціальну енергію W_p . Відношення потенціальної енергії заряду до величини заряду є енергетичною характеристикою поля в даній точці і називається потенціалом:

$$\varphi = \frac{W_p}{q}. \quad (3.5)$$

Потенціал чисельно дорівнює потенціальній енергії одиничного позитивного заряду в даній точці поля.

Потенціальна енергія взаємодії двох точкових зарядів

$$W_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1 q_2|}{r}. \quad (3.6)$$

Тоді потенціал точкового заряду

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}. \quad (3.7)$$

Для системи зарядів потенціал дорівнює

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots \varphi_N, \quad (3.8)$$

тобто потенціал електричного поля системи зарядів дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів полів, які утворюються кожним зарядом окремо.

Робота сил електричного поля. Робота сил електричного поля з переміщення заряду з точки з потенціалом φ_1 в точку з потенціалом φ_2 визначається формулою

$$A_{12} = q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) \quad (3.9)$$

і не залежить від шляху (траєкторії) переміщення заряду з точки 1 у точку 2.

Зв'язок між напруженістю і потенціалом. Між напруженістю і потенціалом електричного поля існує зв'язок, аналогічний зв'язку між силою і потенціальною енергією.

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} \varphi, \quad (3.10)$$

де $\vec{\nabla}$ – оператор градієнта

$$\vec{\nabla} = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}.$$

У проекціях формула (3.10) запишеться у вигляді

$$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}; \quad E_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y}; \quad E_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z}. \quad (3.11)$$

Можна розв'язати і обернену задачу – за відомою напруженістю \vec{E} визначити різницю потенціалів

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E_l dl, \quad (3.12)$$

де E_l – проекція вектора \vec{E} на напрям ділянки інтегрування $d\vec{l}$, тобто на напрям дотичної в кожній точці контуру інтегрування від точки 1 до точки 2. Інтеграл (3.12) можна брати по будь-якій кривій, що з'єднує точки 1 і 2.

Інтеграл у правій частині (3.12) по замкненому контуру L називається циркуляцією вектора напруженості. З формули (3.12) випливає:

$$\oint_L E_l dl = 0. \quad (3.13)$$

Тобто циркуляція вектора напруженості електростатичного поля дорівнює нулю. Формула (3.13) є однією з чотирьох формул, які вичерпно описують всі властивості електромагнітного поля.

Якщо в будь-якій точці поля вектор \vec{E} незмінний за величиною й напрямком (тобто, $\vec{E} = \text{const}$), то таке поле називається однорідним. Для однорідного електричного поля

$$\varphi_1 - \varphi_2 = E d, \quad (3.14)$$

де d – відстань між точками 1 і 2, яку вимірюють уздовж лінії напруженості.

Еквіпотенціальні поверхні – це поверхні, які проведені в електричному полі через точки з однаковим потенціалом. В кожній точці еквіпотенціальної поверхні вектор \vec{E} направлений вздовж нормалі до неї у бік зменшення потенціалу.

Потік вектора напруженості. Величина

$$\Phi = \int_S E_n ds, \quad (3.15)$$

де E_n – проекція вектора \vec{E} на напрям нормалі в кожній точці поверхні інтегрування S називається потоком вектора напруженості через поверхню S (див. рис. 28). Фізичний зміст потоку вектора напруженості полягає в тому, що він визначає кількість ліній напруженості, що перетинають поверхню інтегрування S . Для замкнених поверхонь інтегрування у якості позитивної нормалі береться зовнішня нормаль.

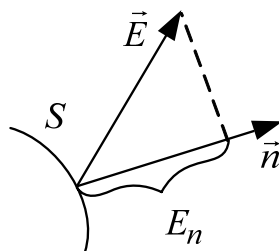


Рисунок 28

Теорема Гаусса. Потік вектора напруженості через замкнену поверхню дорівнює сумі зарядів, які знаходяться всередині цієї поверхні, поділеної на електричну сталу ε_0 :

$$\oint_S E_n ds = \frac{\Sigma q_i}{\varepsilon_0}. \quad (3.16)$$

Використовуючи теорему Гауса, легко визначити:

1. Поле нескінченної однорідно зарядженої площини (див. рис. 29, а, б)

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}, \quad (3.17)$$

де σ – поверхнева густина заряду, тобто заряд, що припадає на одиницю площі поверхні: $\sigma = q/S$ (Кл/м).

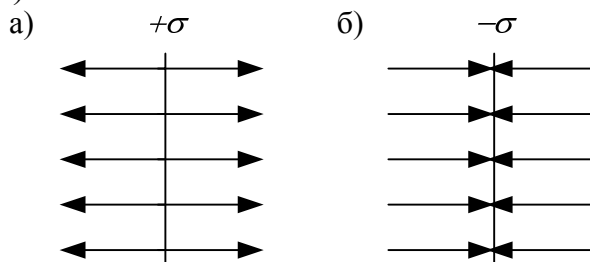


Рисунок 29

2. Поле двох різнойменно заряджених поверхонь (див. рис. 30)

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}. \quad (3.18)$$

Електричне поле повністю зосереджене між різнойменно зарядженими поверхнями з однаковими густинами заряду і є однорідним.

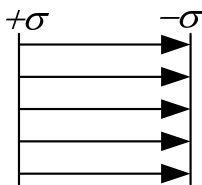


Рисунок 30

3. Поле нескінченної, зарядженої циліндричної поверхні:

$$\begin{aligned} E(r) &= 0 & (r < R), \\ E(r) &= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} & (r \geq R), \end{aligned} \quad (3.19)$$

де R – радіус циліндра λ – лінійна густина заряду, тобто заряд, який припадає на одиницю довжини, r – відстань від осі до точки спостереження (див. рис. 31). Таким чином, заряджена циліндрична поверхня утворює електричне поле тільки зовні циліндра, всередині циліндра електричне поле відсутнє.

4. Поле двох коаксіальних циліндричних різнойменно заряджених поверхонь.

$$E(r) = 0 \quad (r < R_1),$$

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \quad (R_1 \leq r \leq R_2), \quad (3.20)$$

$$E(r) = 0 \quad (r > R_2),$$

де R_1 – радіус внутрішнього циліндра, R_2 – радіус зовнішнього циліндра (див. рис. 32). Коаксіальними циліндрами називають циліндри зі спільною віссю. Таким чином електричне поле двох коаксіальних різнойменно заряджених циліндрів з однакою за модулем лінійною густиною λ заряду повністю сконцентроване між циліндричними поверхнями.

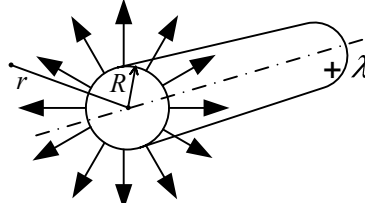


Рисунок 31

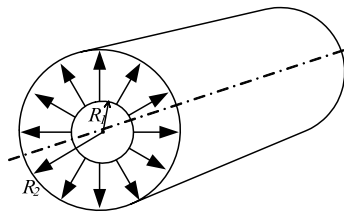


Рисунок 32

5. Поле зарядженої сферичної поверхні (див. рис. 33)

$$E(r) = 0 \quad (r < R),$$

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad (r > R),$$

де R – радіус сфери, r – відстань від центра сфери до точки спостереження, q – заряд сфери. Таким чином, електричне поле зарядженої сфери утворюється тільки зовні сфери, всередині зарядженої сфери електричне поле відсутнє.

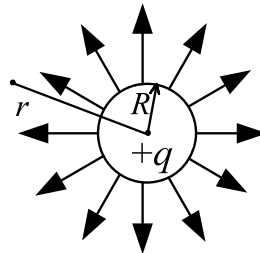


Рисунок 33

6. Поле двох концентричних різнойменно заряджених сферичних поверхонь (див. рис. 34):

$$E(r) = 0 \quad (r < R_1),$$

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad (R_1 \leq r \leq R_2), \quad (3.21)$$

$$E(r) = 0 \quad (r > R_2),$$

де R_1 і R_2 – радіуси внутрішньої і зовнішньої сфер. Концентричними називаються сфери зі спільним центром. Таким чином, електричне поле двох різнойменно заряджених концентричних сферичних поверхонь повністю зосереджене між сферами.

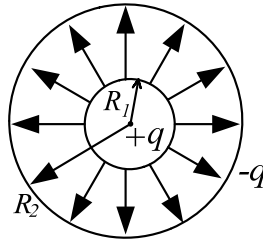


Рисунок 34

2. Електричне поле в діелектриках

Діелектриками називаються речовини, які нездатні проводити електричний струм через відсутність в них вільних електричних зарядів.

Полярні й неполярні діелектрики. Можна ввести радіуси-вектори центрів ваги позитивних і негативних зарядів молекули (див. рис. 35).

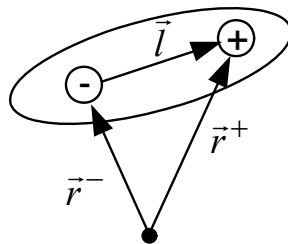


Рисунок 35

$$\vec{r}^+ = \frac{\sum q_i^+ \vec{r}_i^+}{q}; \quad \vec{r}^- = \frac{\sum q_i^- \vec{r}_i^-}{-q}, \quad (3.22)$$

де \vec{r}_i^+ – радіус-вектори усередненого за часом положення i -го заряду молекули. Тоді можна вважати, що весь позитивний заряд молекули зосереджений у центрі ваги позитивних зарядів, а негативний – у центрі ваги негативних. У результаті отримаємо так звану дипольну модель молекули. Якщо за відсутності зовнішнього електричного поля:

- 1) $\vec{r}^+ = \vec{r}^-$, тобто центри ваги позитивних і негативних зарядів молекули збігаються, то такі молекули називаються неполярними, а діелектрики, утворені з цих молекул, – неполярними діелектриками;
- 2) $\vec{r}^+ \neq \vec{r}^-$, тобто центри ваги позитивних і негативних зарядів молекули не збігаються, то такі молекули називаються полярними, а діелектрики, утворені з цих молекул, – полярними діелектриками.

Для полярних молекул вводиться дипольний електричний момент молекули

$$\vec{p}_e = |q| \vec{l}, \quad (3.23)$$

де q – заряд молекули, \vec{l} – радіус – вектор, проведений із центра ваги негативних зарядів у центр ваги позитивних зарядів молекули.

Молекула в зовнішньому електричному полі. При внесенні в зовнішнє електричне поле з напруженістю \vec{E} :

а) неполярна молекула розтягується під дією сил поля і набуває дипольного електричного моменту, який направлений уздовж зовнішнього поля і пропорційний напруженості поля:

$$\vec{p}_e = \beta \varepsilon_0 \vec{E}, \quad (3.24)$$

де β – поляризованість молекули (тобто неполярна молекула поводить себе як пружний диполь);

б) полярні молекули розвертаються і встановлюються своїм дипольним моментом \vec{p}_e за напрямком вектора напруженості зовнішнього електричного поля \vec{E} (тобто полярна молекула поводить себе як жорсткий диполь).

Поляризація діелектрика. За відсутності зовнішнього електричного поля сумарний дипольний момент діелектрика дорівнює нулю (для неполярного діелектрика дипольні моменти молекул дорівнюють нулю, для полярного – через повний хаос напрямків дипольних електричних моментів молекул).

Під дією зовнішнього електричного поля діелектрик поляризується – результуючий дипольний момент діелектрика стає відмінним від нуля: неполярні молекули розтягуються і орієнтуються дипольними моментами вздовж зовнішнього електричного поля з напруженістю \vec{E}_0 (див. рис. 36). Ступінь поляризації діелектрика характеризується поляризованістю \vec{P} – дипольним електричним моментом у одиничному об'ємі діелектрика:

$$\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}_{ei}}{V}; \quad (3.25)$$

де $\sum \vec{p}_{ei}$ – сума дипольних електричних моментів в об'ємі V .

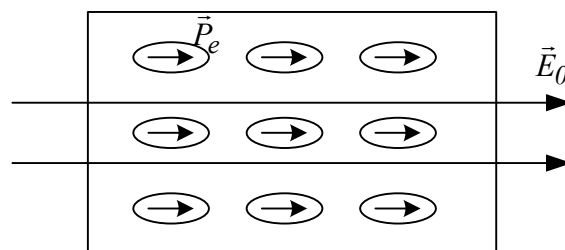


Рисунок 36

Для ізотропних діелектриків

$$\vec{P} = \delta \varepsilon_0 \vec{E}, \quad (3.26)$$

де δ – діелектрична сприйнятливість, \vec{E} – напруженість поля в діелектрику.

Зв'язані заряди. На поверхню діелектрика внаслідок поляризації виступають зв'язані заряди. Там, де лінії напруженості виходять з діелектрика, виступають позитивні заряди, а там, де входять, – негативні (див. рис. 37). Поверхнева густина зв'язаних зарядів визначається за формулою

$$\sigma' = P \cos \alpha = P_n, \quad (3.27)$$

де P_n – проекція вектора поляризованості на зовнішню нормаль до поверхні діелектрика. З урахуванням (3.26) формула (3.27) набуває вигляду

$$\sigma' = \delta \varepsilon_0 E_n, \quad (3.28)$$

де E_n – проекція напруженості поля всередині діелектрика у безпосередній близькості до поверхні на зовнішню нормаль до поверхні. Формула (3.28) визначає не тільки величину σ , а також її знак.

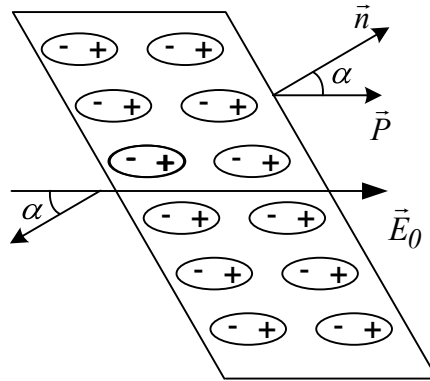


Рисунок 37

Опис поля в діелектрику. Внаслідок принцип суперпозиції напруженість електричного поля всередині діелектрика складається з двох компонентів:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}', \quad (3.29)$$

де \vec{E}_0 – напруженість зовнішнього поля, \vec{E}' – напруженість поля, утвореного зв'язаними зарядами, що виступили на поверхню діелектрика при його поляризації. Вектор \vec{E}' завжди направлений протилежно вектору \vec{E}_0 , тому в скалярному вигляді:

$$E = E_0 - E' < E_0, \quad (3.30)$$

тобто діелектрики завжди послаблюють електричне поле. Поляризація діелектрика обумовлена дією сумарного поля (3.29).

Для опису електричного поля в діелектрику крім вектора напруженості \vec{E} вводиться ще вектор електричного зміщення

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}. \quad (3.31)$$

У вакуумі:

$$\vec{P} = 0 \quad \text{і} \quad \vec{D}_0 = \varepsilon_0 \vec{E}_0.$$

У діелектрику:

$$\vec{P} = \delta \varepsilon_0 \vec{E} \quad \text{і} \quad \vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \delta \varepsilon_0 \vec{E} = (1 + \delta) \varepsilon_0 \vec{E} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E},$$

де $\varepsilon = 1 + \delta$ – відносна діелектрична проникність. Через напруженості полів зовнішнього E_0 і внутрішнього E відносна діелектрична проникність ε визначається за формулою

$$\varepsilon = \frac{E_0}{E}. \quad (3.32)$$

Оскільки за модулем напруженість електричного поля \vec{E}_0 в середині діелектрика завжди менша, ніж напруженість зовнішнього поля \vec{E}_0 у вакуумі, то $\varepsilon > 1$. Відносна діелектрична проникність ε показує, у скільки разів напруженість електричного поля всередині діелектрика відрізняється від напруженості зовнішнього поля.

3. Провідники в зовнішньому електричному полі

Умови рівноваги зарядів на провіднику. Рівновага зарядів на провіднику спостерігається при виконанні двох умов:

$$E = 0 \quad \text{— всередині провідника.} \quad (3.33)$$

$$E = E_n \quad \text{— на поверхні провідника.} \quad (3.34)$$

Тобто, всередині провідника поле повинно бути відсутнє, а на поверхні направлене вздовж нормалі до поверхні.

Розподіл зарядів по провіднику. Якщо провіднику надати заряд, то він розподілиться на ньому так, щоб виконувалися дві вище наведені умови рівноваги заряду на провіднику.

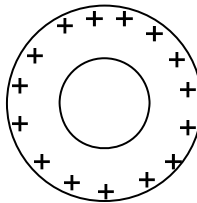


Рисунок 38

При рівновазі зарядів ні в якому місці всередині провідника не може бути надлишкових зарядів. Всі вони розташуються по зовнішній поверхні провідника (див. рис. 38).

Густина заряду на поверхні провідника визначається кривизною поверхні $\rho = 1/R$, де R – радіус кривизни. Густина заряду зростає зі збільшенням позитивної кривизни поверхні (опуклості) і зменшується при збільшенні негативної кривизни (вгнутості).

Провідник у зовнішньому електричному полі. При внесенні незарядженого провідника в електричне поле носії заряду у провіднику приходять в рух. На кінцях провідника накопичуються заряди протилежних знаків, які називаються індукційними зарядами (див. рис. 39). Перерозподіл зарядів закінчується тоді, коли будуть виконані обидві умови рівноваги заряду на провіднику.

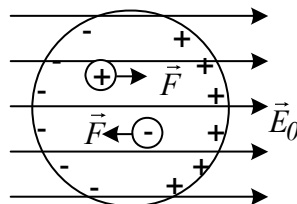


Рисунок 39

Індукційні заряди розподіляються по зовнішній поверхні провідника, а поле всередині провідника дорівнює нулю, тому що поле індукційних зарядів компенсує всередині провідника зовнішнє поле. На цьому базується електростатичний захист, тобто захист певних місць простору від електричних полів.

Електроємність провідника. Величина, що характеризується здатністю провідника накопичувати електричні заряди, називається електроємністю:

$$C = \frac{q}{\varphi}, \quad (3.35)$$

де q – заряд на провіднику, φ – потенціал провідника, тобто потенціал електричного поля в точці на поверхні провідника. З умови рівноваги зарядів на провіднику випливає, що потенціали всіх точок на поверхні провідника однакові, тому говорять про потенціалі всього провідника.

При одному й тому ж потенціалі провідника чим більше його електроємність, тим більший заряд накопичений на провіднику. Електроємність провідника залежить від форми, розмірів провідника і електричних властивостей середовища, що оточує провідник (відносної діелектричної проникності). Для сферичного провідника

$$C = 4\pi \varepsilon \varepsilon_0 R, \quad (3.36)$$

де R – радіус сфери, ε – відносна діелектрична проникність середовища.

Конденсатори. Усамітнені провідники мають малу електроємність. Навіть куля розмірів землі має електроємність близько 700 мкФ. Для накопичення зарядів служать конденсатори – пристрої, які при невеликому потенціалі накопичують значні за величиною заряди. Будова конденсатора базується на тому, що електроємність провідника зростає при наближенні до нього інших тіл. Провідники, що утворюють конденсатор (обкладки), повинні мати таку форму, щоб електричне поле було зосереджене між ними. Тоді наближення зовнішніх тіл не впливає на електроємність конденсатора. Можливі тільки три таких форми обкладинок і три типи конденсаторів: плоско паралельні, циліндричні й сферичні.

Електроємність конденсатора визначається за формулою:

$$C = \frac{|q|}{U}, \quad (3.37)$$

де q – заряд однієї з обкладок, U – різниця потенціалів між обкладками. Для плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d}, \quad (3.38)$$

де S – площа обкладки, d – відстань між обкладками, ε – відносна діелектрична проникність середовища між обкладками.

Електроємність батареї конденсаторів.

а) При паралельному з'єднанні (див. рис. 40)

$$C = \sum_{i=1}^N C_i. \quad (3.39)$$

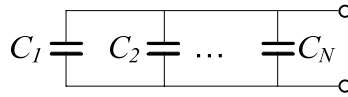


Рисунок 40

б) При послідовному з'єднанні (див. рис. 41)

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}. \quad (3.40)$$

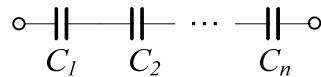


Рисунок 41

Енергія зарядженого провідника

$$W = \frac{1}{2} q \varphi = \frac{q^2}{2C} = \frac{C \varphi^2}{2}, \quad (3.41)$$

де q – заряд провідника, φ – потенціал провідника, C – електроємність провідника. Енергія зарядженого провідника накопичується в електричному полі навколо провідника.

Енергія зарядженого конденсатора:

$$W = \frac{1}{2} q U = \frac{q^2}{2C} = \frac{C U^2}{2}, \quad (3.42)$$

де q – заряд на одній з обкладок, U – різниця потенціалів між обкладками, C – електроємність конденсатора. Носієм енергії зарядженого конденсатора є електричне поле між обкладками конденсатора.

Енергія електричного поля. Густина енергії електричного поля, тобто енергія в одиниці об'єму електричного поля визначається за формулою

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2}{d}, \quad (3.43)$$

де ε – відносна діелектрична проникність середовища в якому утворене електричне поле, E – напруженість електричного поля. Густина енергії електричного поля пропорційна до квадрату напруженості електричного поля.

ЧАСТИНА 2

ЕЛЕКТРОДИНАМІКА, КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ, ОПТИКА, КВАНТОВА МЕХАНІКА

ГЛАВА 4

ЕЛЕКТРОДИНАМІКА

1. Постійний електричний струм

Впорядкований рух електричних зарядів називається електричним струмом.

Сила струму. Середня сила струму за час Δt

$$I_{\text{сеп}} = \frac{\Delta q}{\Delta t}, \quad (4.1)$$

де Δq – заряд, що проходить через поперечний переріз провідника за час Δt .

Миттєве значення сили струму:

$$I = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} \quad (4.2)$$

тобто миттєва сила струму дорівнює першій похідній від заряду за часом. За напрямком струму приймається напрямком переміщення позитивних зарядів.

Якщо в провіднику рухаються заряди обох знаків, то сила струму:

$$I = \frac{dq^+}{dt} + \left| \frac{dq^-}{dt} \right| \quad (4.3)$$

Густина струму. При нерівномірному розподілу по поперечному перерізу провідника зарядів, що проходять по ньому, струм характеризується густиною струму:

$$j = \frac{dI}{dS}, \quad (4.4)$$

де dS – елементарна площадка, перпендикулярна напрямку протікання струму. Знаючи гуστину струму j , можна визначити силу струму

$$I = \int_S j_n dS, \quad (4.5)$$

де $j_n = j \cos \alpha$ – проекція вектора густини струму на нормаль до поверхні S у кожній точці поверхні.

Електрорушійна сила джерела (ЕРС) струму. Сили електричного поля переміщують позитивні заряди від точок з більшим потенціалом до точок з меншим потенціалом.

У замкненому колі поряд з ділянками зі зменшенням потенціалу мають бути ділянки із зростанням потенціалу. На ділянках із зростанням потенціалу переміщення позитивних зарядів можливе за допомогою тільки неелектричних (сторонніх) сил.

Сила будь-якої природи, яка може переміщувати позитивний заряд у напрямку зростання потенціалу, відноситься до класу сторонніх сил. Сторонні

сили можна характеризувати роботою з переміщення одиничного позитивного заряду. Ця величина називається електрорушійною силою і дорівнює

$$E = A^{cm} / q \quad (4.6)$$

Сторонні сили діють у джерелах струму і переміщують позитивні заряди від меншого потенціалу (від мінуса) до більшого (до плюсу). Саме джерело струму витрачає енергію на переміщення зарядів по замкненому колу, тому що робота електричних сил, які переміщують заряд поза джерелом, по замкненому колу дорівнює нулю.

Напруга. Розглянемо ділянку кола, яка має джерело струму. (див. рис. 42).

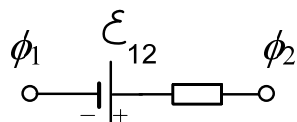


Рисунок 42

Повна робота A_{12} з переміщення заряду q по ділянці кола складається з роботи сторонніх сил у джерелі струму і роботи електричних сил поза джерелом струму

$$A_{12} = A_{12}^{el} + A_{12}^{cm}. \quad (4.7)$$

Поділимо формулу (4.7) на заряд q , що переміщується по ділянці, і введемо такі величини: $U_{12} = A_{12} / q$ – напруга на ділянці кола, $\phi_1 - \phi_2 = A_{12}^{el} / q$ – різниця потенціалів на ділянці кола, $E_{12} = A_{12}^{cm} / q$ – ЕРС ділянки кола. У результаті формулу (4.7) можна переписати у вигляді

$$U_{12} = (\phi_1 - \phi_2) + E_{12}.$$

Таким чином, напруга на ділянці кола дорівнює алгебраїчній сумі різниці потенціалів і ЕРС. Якщо напрямок дії джерела струму (від мінуса до плюсу) збігається з напрямком струму, то $E_{12} > 0$, а якщо не збігається, то $E_{12} < 0$.

Закон Ома для ділянки кола. Сила струму на ділянці кола прямо пропорційна напрузі і обернено пропорційна електричному опору ділянки кола

$$I = \frac{U}{R}. \quad (4.8)$$

Для циліндричних провідників електричний опір визначається формулою

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (4.9)$$

де ρ – питомий опір провідника, l – довжина, S – площа поперечного перерізу провідника.

Закон Ома можна записати у диференціальній формі:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}, \quad (4.10)$$

де \vec{j} – вектор густини струму, \vec{E} – напруженість електричного поля в провіднику, $\sigma = 1/\rho$ – електропровідність провідника. Закон Ома у вигляді (4.10) дозволяє диференційно підійти до різних ділянок поперечного перерізу провідника і відповісти на питання, як змінюється густина струму по поперечному перерізу провідника. З формули (4.10) випливає, що розподіл

густини струму збігається з розподілом напруженості електричного поля на поперечному перерізі провідника.

Питомий опір більшості металевих провідників залежить від температури за формулою

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t), \quad (4.11)$$

де ρ_0 – питомий опір за температури $t = 0^\circ \text{C}$, α – температурний коефіцієнт опору. При кімнатних температурах ρ змінюється прямо пропорційно абсолютній температурі $T = t^\circ \text{C} + 273$. Однак при низьких температурах спостерігається відхилення від цієї залежності (див. рис. 43).

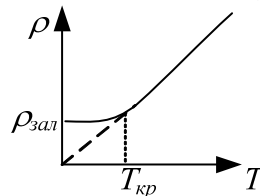


Рисунок 43

При $T=0$ спостерігається залишковий опір $\rho_{\text{зал}}$, який залежить від чистоти матеріалу і наявності механічних напружень. У деяких матеріалів та сплавів при $T < T_{\text{кр}}$ (тобто при температурі нижче критичної) спостерігається падіння електричного опору до нуля. Це явище називається надпровідністю. Надпровідниками є ртуть, олово, свинець, алюміній та інші.

Температура, при якій провідник переходить у стан надпровідності, називається критичною і є дуже малою (кілька Кельвінів).

Закон Джоуля-Ленца. При протіканні струму по провіднику останній нагрівається, тобто виділяється теплота. Ця теплота називається джоулевою теплотою оскільки, визначається за законом Джоуля. Для постійного струму закон Джоуля-Ленца:

$$Q = I^2 R t,$$

де I – сила постійного струму, R – опір провідника, t – час протікання струму.

Для змінного струму весь час протікання струму потрібно розбити на елементарні проміжки часу Δt_k , настільки малі, що струм I_k на кожному з них, можна вважати незмінною величиною, тоді

$$Q \approx \sum_{(i)} I_k^2 R_k \Delta t_k. \quad (4.12)$$

Формула (4.12) тим точніша, чим менші проміжки часу Δt_k . Строгий знак рівності можна підставити тільки під знаком границі

$$Q = \lim_{\Delta t_k \rightarrow 0} \sum_i I_k^2 R_k \Delta t_k = \int_{t_1}^{t_2} I^2 R dt. \quad (4.13)$$

Тобто щоб визначити кількість теплоти, що виділяється при протіканні змінного струму, потрібно вираз $I^2 R$ проінтегрувати за часом від t_1 до t_2 . На координатній площині $(I^2 R, t)$ кількість виділеного тепла дорівнює площі криволінійної трапеції, яка зверху обмежена графіком залежності $I^2 R = f(t)$. (див. рис. 44). Формула (4.13) – це закон Джоуля у звичайній формі. Вона

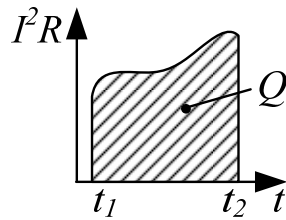


Рисунок 44

визначає тепло, що виділилося у всьому провіднику. Можна перейти до диференційної форми закону Джоуля, яка характеризує виділення теплоти в різних місцях провідника:

$$w = \sigma E^2, \quad (4.14)$$

де $w = dQ/dVdt$ – питома потужність струму, тобто кількість теплоти, що виділиться в одиниці об’єму в одиницю часу. З формули (4.14) випливає, що питома потужність пропорційна квадрату напруженості електричного поля E . Знаючи питому потужність електричного струму, виділене у провіднику тепло визначається за формулою

$$Q = \iiint \omega dVdt,$$

де інтегрування ведеться по всьому об’єму провідника.

Правила Кірхгофа. Розгалуженні електричні кола легко розрахувати за допомогою двох правил Кірхгофа.

Перше правило. Алгебраїчна сума струмів, що збігаються у вузлі, дорівнює нулю

$$\sum I_k = 0.$$

Вузол – це точка розгалуженого електричного кола, де збігаються більше двох провідників. Струми, що входять у вузол, беруться з одним знаком, а що виходять – з протилежним.

Друге правило. При обході по замкненому контуру, що виділений у розгалуженому електричному колі, алгебраїчна сума добутків струмів на опір (тобто напруг на резисторах) дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС у цьому контурі:

$$\sum I_k R_k = \sum E_k.$$

Порядок розрахунку розгалуженого кола.

1. У кожній нерозгалуженій ділянці (гілці кола), довільно задаємо напрямки струмів і нумеруємо їх. Кількість невідомих струмів дорівнює кількості гілок.

2. Складаємо $N-I$ рівнянь за першим правилом Кірхгофа, де N – кількість вузлів розгалуженого електричного кола. Струми, що входять у вузол, беруть з одним знаком, що виходять, – з протилежним.

3. У розгалуженому колі виділяємо замкнені контури і довільно задаємо напрямки їх обходу (за годинниковою стрілкою або проти).

4. Складаємо рівняння за другим правилом Кірхгофа. Якщо обраний напрямок обходу контуру збігається з напрямком протікання струму, то $I_k R_k > 0$.

Якщо при обході контуру переходимо в джерелі струму з мінуса на плюс, то $E_k > 0$.

5. Загальна кількість рівнянь повинна дорівнювати кількості невідомих струмів.

2. Магнітне поле у вакуумі

Електричні струми взаємодіють між собою. Взаємодія струмів здійснюється через магнітне поле.

Магнітне поле – це форма матерії, що породжується рухомими зарядами і діє на рухомі заряди.

Магнітна індукція. Для дослідження магнітних полів використовується контур зі струмом малих розмірів (пробний контур). Його орієнтація у просторі визначається позитивною одиничною нормаллю \vec{n} , пов'язаною з напрямком струму в контурі правилом правого гвинта (правилом свердлика) (див. рис. 45).

Контур зі струмом характеризується магнітним моментом \vec{p}_m , який визначається за формулою

$$\vec{p}_m = I S \vec{n},$$

де I – сила струму у контурі, S – площа контуру, \vec{n} – одинична позитивна нормаль.

При внесенні контуру зі струмом у магнітне поле на нього діє обертальний момент \vec{M} , під дією якого контур розвертається й займає рівноважне положення. Відношення максимального обертального момента сил, який діє на контур зі струмом, до магнітного моменту контуру, є силовою характеристикою магнітного поля у тому місці, де знаходиться пробний контур, і називається

магнітною індукцією $\vec{B} = \frac{M_{\max}}{p_m} \vec{n}_{\text{рівнов}}$.

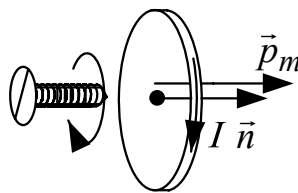


Рисунок 45

Напрямок вектора \vec{B} визначається рівноважним положенням позитивної нормалі до контуру $\vec{n}_{\text{рівнов}}$. Одиниця вимірювання магнітної індукції в системі СІ 1 Тесла (Тл).

Потік векторамагнітної індукції вводиться аналогічно потоку вектора напруженості електричного поля

$$\Phi = \int_S B_n ds,$$

де B_n – проекція вектора магнітної індукції \vec{B} на нормаль в кожній точці поверхні інтегрування S . Одиниця вимірювання магнітного потоку в системі СІ – 1 Вебер (Вб)=1 Тл·м².

Для однорідного магнітного поля (вектор \vec{B} у всіх точках поля однаковий за величиною та напрямком) потік вектора \vec{B} через плоску поверхню визначається формулою

$$\Phi = B S \cos \alpha = B_n S,$$

де α – кут між вектором магнітної індукції \vec{B} і нормаллю до площини, S – площа плоскої площадки.

Потік Φ вектора магнітної індукції \vec{B} визначає кількість ліній магнітної індукції, що перетинають поверхню S .

Лінії магнітної індукції. Магнітні поля зображуються за допомогою ліній магнітної індукції. Потік вектора магнітної індукції через замкнену поверхню S дорівнює нулю

$$\Phi = \oint_S B_n ds = 0.$$

Звідси випливає, що лінії магнітної індукції – замкнені криві. У просторі їх проводять так, що в кожній точці вектор \vec{B} направлений вдовж дотичної до лінії магнітної індукції, а густина ліній дорівнює самій індукції (див. рис. 46).

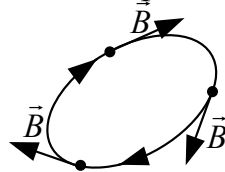


Рисунок 46

Для магнітного поля, як і для електричного, виконується принцип суперпозиції

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \dots \vec{B}_N,$$

тобто індукція системи струмів дорівнює векторній сумі індукцій магнітних полів, утворених кожним із струмів окремо.

Закон Біо-Савара-Лапласа. Він визначає магнітну індукцію елемента струму $d\vec{l}$, тобто малої ділянки провідника зі струмом довжини dl , напрямком якої збігається з напрямком струму. Індукція елемента струму визначається за формулою

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}, \quad (4.15)$$

де \vec{r} – радіус-вектор, який проведено з елемента струму $d\vec{l}$ у точку спостереження, хрестик означає векторний добуток, $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнітна стала (див. рис. 47).

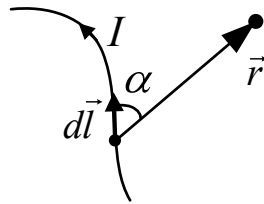


Рисунок 47

У скалярній формі формулу (4.15) записують так:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin \alpha}{r^2},$$

де α – кут між векторами $d\vec{l}$ і \vec{r} .

Поле прямого струму. Розбиваючи провідник на елементи струму і використовуючи закон Біо-Савара-Лапласа і принцип суперпозиції, можна визначити магнітну індукцію будь-якого провідника зі струмом. Для прямого нескінченно довгого провідника зі струмом в результаті отримаємо формулу для індукції

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}, \quad (4.16)$$

де r – відстань від струму до точки спостереження. Лінії магнітної індукції прямого провідника зі струмом являють собою концентричні кола (див. рис. 48).

Для обмеженого за довжиною прямолінійного провідника зі струмом індукція визначається формулою

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2), \quad (4.17)$$

де α_1 і α_2 – кути між провідником і радіус-векторами, відповідно, \vec{r}_1 і \vec{r}_2 , що проведенні із точок спостереження у кінці провідників (див. рис. 49).

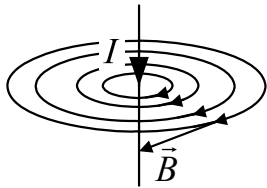


Рисунок 48

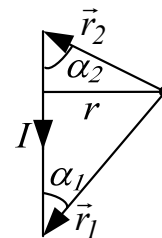


Рисунок 49

При $\alpha_1 \rightarrow 0$ і $\alpha_2 \rightarrow 0$ (тобто при переході до необмеженого провідника) формула (4.17) переходить у формулу (4.16) для нескінченно довгого провідника.

Циркуляція вектора магнітної індукції – це інтеграл по замкненому контуру L : $\oint_L B_l dl$, де B_l – проекція вектора \vec{B} на елементарну ділянку інтегрування $d\vec{l}$, тобто на напрямок дотичної в кожній точці контуру (див. рис. 50).

Якщо контур інтегрування L охоплює кілька струмів, то циркуляція вектора магнітної індукції \vec{B} дорівнює добутку магнітної сталої μ_0 на суму струмів, що охоплюються контуром інтегрування:

$$\oint_L \vec{B}_l d\vec{l} = \mu_0 \sum_{k=1}^N I_k. \quad (4.18)$$

Позитивними у формулі (4.18) вважаються струми, напрямок яких пов'язаний з напрямком інтегрування правилом правого гвинта (правило свердлика). Формула (4.18) має назву закону повного струму.

Поле соленоїда. Використовуючи формулу (4.18) для циркуляції вектора магнітної індукції \vec{B} , легко отримати формулу для індукції магнітного поля нескінченно довгого соленоїда:

$$\begin{aligned} B &= \mu_0 n I & (\text{всередині соленоїда}), \\ B &= 0 & (\text{зовні соленоїда}), \end{aligned} \quad (4.19)$$

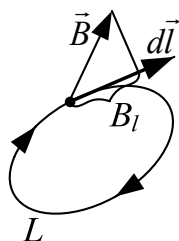


Рисунок 50

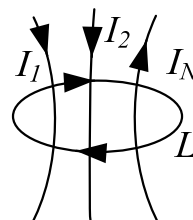


Рисунок 51

де n – кількість витків, що припадають на одиницю довжини соленоїда. Таким чином, магнітне поле нескінченно довгого соленоїда однорідне і повністю зосереджене всередині соленоїда. (див. рис. 52).

Для обмеженого соленоїда лінії індукції магнітного поля замикаються через вільний простір (див. рис. 53). Всередині достатньо довгого соленоїда (довжина якого набагато більша його діаметра) магнітне поле практично однорідне і добре описується формулою (4.19). Однорідність поля порушується тільки поблизу кінців соленоїда.

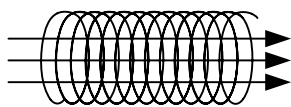


Рисунок 52

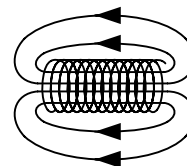


Рисунок 53

3. Взаємодія струмів і частинок з магнітним полем

Сила Ампера – це сила, що діє на елемент струму $d\vec{l}$ у магнітному полі, визначається формулою

$$d\vec{F}_A = I d\vec{l} \times \vec{B}, \quad (4.20)$$

або в скалярному вигляді

$$dF_A = I B dl \sin \alpha ,$$

де α – кути між векторами \vec{B} і $d\vec{l}$ (див. рис. 54).

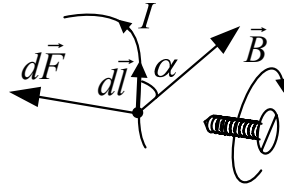


Рисунок 54

Розбиваючи провідник на елементи струму і визначаючи за формулою (4.20) силу, що діє на кожний елемент струму, можна визначити розподіл сил уздовж провідника, що діє на провідник зі струмом у магнітному полі. **Сила Лоренца** – це сила, що діє на рухому заряджену частинку у магнітному полі. Вона визначається формулою

$$\vec{F}_L = q \vec{v} \times \vec{B} ;$$

або в скалярному вигляді

$$F_L = q v B \sin \alpha ,$$

де α – кут між векторами \vec{B} і \vec{v} (див. рис. 55).

Оскільки $\vec{F}_L \perp \vec{B}$, то сила Лоренца роботи не виконує і чисельного значення швидкості змінити не може. Вона змінює тільки напрямок вектора швидкості.

Контур зі струмом у магнітному полі. Якщо внести у магнітне поле контур зі струмом, то збоку поля на контур діє момент сили (див. рис. 56)

$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B} ;$$

або у скалярному вигляді

$$M = p_m B \sin \alpha ,$$

де \vec{p}_m – вектор магнітного моменту контуру зі струмом, \vec{B} – вектор магнітної індукції, α – кут між векторами \vec{B} і \vec{p}_m .

Під дією обертального моменту \vec{M} контур обертається і встановлюється своїм магнітним моментом \vec{p}_m уздовж вектора магнітної індукції \vec{B} .

Робота з переміщення струму в магнітному полі. При переміщенні провідника зі струмом у магнітному полі сила Ампера, що діє на провідник зі струмом, виконує роботу

$$A = I \Phi ,$$

де I – сила струму у провіднику, Φ – магнітний потік, який перетинає провідник при своєму русі.

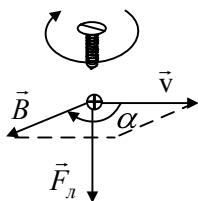


Рисунок 55

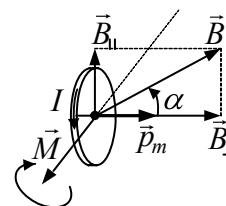


Рисунок 56

Для прямолінійного провідника, що рухається перпендикулярно, лініям індукції однорідного магнітного поля,

$$\Phi = B l S,$$

де l – активна частина провідника (тобто та, що знаходиться у магнітному полі), S – пройдений шлях.

При переміщенні контуру зі струмом у магнітному полі виконується робота

$$A = I \Delta \Phi,$$

де $\Delta \Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ – зміна магнітного потоку через контур, Φ_1 – початковий потік, Φ_2 – кінцевий потік.

4. Магнітне поле в речовині

Намагнічування речовини. Будь-яка речовина є магнетиком, тобто здатна під дією магнітного поля набувати магнітний момент (намагнічуватися). Намагнічена речовина утворює власне магнітне поле з індукцією \vec{B}' , яка накладається на утворене струмами зовнішнє магнітне поле з індукцією \vec{B}_0 . У результаті індукція магнітного поля в речовині

$$\vec{B} = \vec{B}' + \vec{B}_0.$$

Намагнічування магнетика характеризується намагніченістю \vec{J} – магнітним моментом одиниці об'єму

$$J = \frac{\sum \vec{p}_{m_i}}{\Delta V},$$

де \vec{p}_{m_i} – магнітні моменти окремих молекул, що знаходяться в об'ємі ΔV .

Гіпотеза Ампера. Для пояснення намагнічування тіл Ампер припустив, що в молекулах циркулюють молекулярні струми з магнітним моментом \vec{p}_{m_i} . Внаслідок хаотичної орієнтації магнітних моментів окремих молекул, магнітний момент тіла за відсутності зовнішнього магнітного поля дорівнює нулю (див. рис. 57, а).

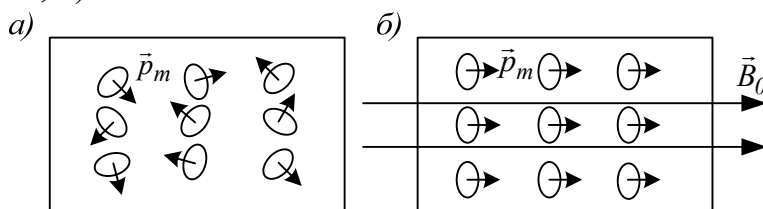


Рисунок 57

Під впливом зовнішнього магнітного поля з індукцією \vec{B}_0 магнітні моменти молекул набувають впорядковану орієнтацію вздовж зовнішнього магнітного поля (див. рис. 57, б).

Речовина стає намагніченою, тобто її підсумковий магнітний момент молекул стає відмінним від нуля. Молекулярні струми намагніченої речовини утворюють власне магнітне поле з індукцією \vec{B}' .

Опис поля у магнетиках. Циркуляція вектора \vec{B} у речовині записується у вигляді

$$\oint_L B_l dl = \mu_0 \left(\sum I \right)_L + \mu_0 \left(\sum I_M \right)_L, \quad (4.21)$$

де $\left(\sum I \right)_L$ – сума відомих макроскопічних струмів у провідниках, що охоплюються контуром інтегрування L і утворюють зовнішнє магнітне поле з індукцією \vec{B}_0 ; $\left(\sum I_M \right)_L$ – сума невідомих мікроскопічних струмів молекул, що охоплюються контуром інтегрування L і утворюють магнітне поле намагніченої речовини \vec{B}' .

У формулі (4.21), щоб визначити індукцію \vec{B} магнітного поля у речовині, потрібно знати молекулярні струми $\sum I_M$, а щоб визначити молекулярні струми, в свою чергу, потрібно знати індукцію \vec{B} поля в речовині. Виникає замкнене коло. Це свідчить про те, що тільки однієї індукції \vec{B} для опису полів у речовині недостатньо. Потрібно ввести ще одну величину, яка пов'язана з індукцією \vec{B} , але визначається тільки через відомі макроскопічні струми. Такою величиною є вектор напруженості магнітного поля \vec{H}

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J},$$

для якого циркуляція дорівнює

$$\oint_L H_l dl = \sum I, \quad (4.22)$$

тобто визначається тільки відомими макроскопічними струмами $\sum I$ у провідниках.

У вакуумі намагніченість $\vec{J} = 0$; $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$.

У речовині, як показує дослід, для всіх речовин $\vec{J} = \chi \vec{H}$, де χ – магнітна сприйнятливості речовини.

Тоді в речовині $\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H}$.

Вводячи відносну магнітну проникність речовини

$$\mu = 1 + \chi,$$

отримаємо зв'язок між індукцією \vec{B} і напруженістю \vec{H} у речовині.

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}.$$

Відносна магнітна проникність

$$\mu = \frac{B}{B_0} \quad (4.23)$$

показує, у скільки разів індукція \vec{B} магнітного поля в речовині більша за індукцію \vec{B}_0 поза речовиною у вакуумі. На цьому засноване вимірювання відносності магнітної проникності. Таким чином, визначивши з формули (4.22)

напруженість \vec{H} магнітного поля і вимірявши відносну магнітну проникність речовини за формулою (4.23), ми розриваємо замкнене коло і визначаємо індукцію \vec{B} магнітного поля у речовині.

Види магнетиків. Залежно від відносної магнітної проникності μ речовини розділяються на три групи:

- 1) $\mu = \text{const} < 1$ – діамагнетики;
- 2) $\mu = \text{const} > 1$ – парамагнетики;
- 3) $\mu = f(H); \mu_{\text{max}} \gg 1$ – феромагнетики.

Діамагнетики – це речовини, атоми яких не мають власного магнітного моменту ($\vec{p}_m = \vec{0}$). Під дією зовнішнього магнітного поля відбувається прецесія (обертання навколо вектора магнітної індукції \vec{B}) електронних орбіт, що призводить до виникнення індукційних \vec{p}_i магнітних моментів атомів, спрямованих проти зовнішнього поля \vec{B}_0 . В наслідок цього утворюється магнітне поле \vec{B}' всередині намагніченої речовини, яке направлене назустріч зовнішньому. У результаті поле в речовині

$$B = B_0 - B' < B_0, \quad \mu < 1.$$

Парамагнетики. Якщо магнітний момент атомів \vec{p}_m відмінний від нуля, речовина називається парамагнетиком. Зовнішнє магнітне поле \vec{B}_0 намагається встановити магнітні моменти атомів уздовж \vec{B}_0 . Виникає позитивний магнітний момент речовини, значно більший за негативний індукційний. Результуючий магнітний момент речовини позитивний, тобто направлений уздовж зовнішнього поля \vec{B}_0 . У результаті поле в речовині

$$B = B_0 + B' > B_0, \quad \mu > 1.$$

Феромагнетики – це речовини, які здатні бути намагніченими навіть за відсутності зовнішнього магнітного поля (залізо, нікель, кобальт та ін.).

Намагніченість J феромагнетиків залежить від напруженості H магнітного поля у речовині (див. рис. 58). Із збільшенням напруженості H намагніченість J феромагнетика зростає, а потім стає незмінною. Наступає стан насичення феромагнетика. Внаслідок того, що $\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{J})$, аналогічно поводить себе індукція магнітного поля у феромагнетику (див. рис. 59, а). При досягненні насичення $B = \mu_0 H + \text{const}$, де $\text{const} = \mu_0 J_{\text{нас}}$, і індукція слабо зростає із збільшенням напруженості. Графік залежності $B = f(H)$ називається кривою намагнічування феромагнетика.

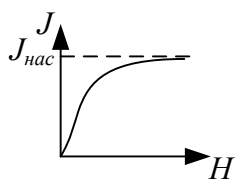


Рисунок 58

Якщо на кривій намагнічування взяти точку і провести через неї пряму з початку координат, то тангенс кута нахилу цієї прямої

$$\text{tg} \beta = \frac{B}{H} = \mu \mu_0,$$

де β – кут між віссю H і проведеною з початку координат до точки на графіку функції $B(H)$ хорди (див. рис. 59, а). Тобто відносна магнітна проникність

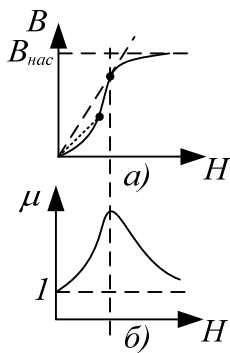


Рисунок 59

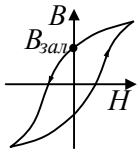


Рисунок 60

Природа феромагнетизму полягає в його доменній структурі. При певних умовах в кристалі виникають сили, що примушують магнітні моменти електронів вишикуватися паралельно один одному. У результаті виникають області спонтанного намагнічування. Розміри доменів $\sim 10^{-4} \div 10^{-3}$ см.

При вилученні феромагнетиків з магнітного поля часткова орієнтація доменів зберігається, в результаті чого й спостерігається залишкова індукція.

При нагріванні феромагнетиків при певній для кожного феромагнетика температурі внаслідок теплового руху домени руйнуються і феромагнетик перетворюється на парамагнетик. Температура, при якій відбувається це явище називається точкою Кюрі (T_C). Для заліза $T_C = 768^\circ\text{C}$, для нікелю $T_C = 365^\circ\text{C}$.

5. Електромагнітна індукція

Закон електромагнітної індукції. Явище електромагнітної індукції полягає в тому, що в будь-якому замкненому контурі при зміні магнітного потоку через контур виникає електричний струм, який називається індукційним струмом (див. рис. 61).

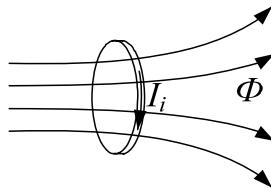


Рисунок 61

Величина індукційного струму, а отже і ЕРС індукції не залежать від способу, за яким утворюється зміна магнітного потоку, і визначається лише швидкістю його зміни.

$$E_i = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (4.24)$$

Формула (4.24) має назву закону електромагнітної індукції.

Правило Ленца. Напрямок індукційного струму визначається за правилом Ленца: індукційний струм завжди направлений так, що своїм магнітним полем протидіє зміні магнітного потоку, який його породив (див. рис. 62).

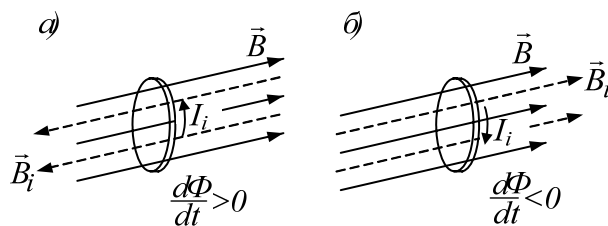


Рисунок 62

На рисунку 62 лінії магнітної індукції індукційного струму зображені пунктиром. При збільшенні магнітного потоку через контур вони направлені назустріч лініям магнітної індукції зовнішнього поля, при зменшенні магнітного потоку – у той ж бік. Нагадаємо, що напрямок індукційного струму пов'язаний з напрямком ліній його магнітної індукції правилом правого гвинта (свердлика). Якщо контур складається з N витків, що з'єднані послідовно, то ЕРС індукції дорівнює:

$$E_i = \frac{d\psi}{dt},$$

де $\psi = \sum_{i=1}^N \Phi_i$ – повний магнітний потік через контур, який дорівнює сумі магнітних потоків через усі витки контуру. Якщо всі витки однакові, то $\psi = N\Phi$, де Φ – магнітний потік через один виток.

Індукційні струми, що збуджуються у масивних суцільних провідниках, змінними магнітними полями називаються вихровими. Якщо опір масивних провідників малий, то вихрові струми можуть досягати значних величин. Для зменшення вихорних струмів осердя трансформаторів, генераторів набирають з тонких електроізолюваних пластин.

Індуктивність. Магнітний потік, що утворюється контуром, пропорційний силі струму, який тече в контурі,

$$\psi = L I.$$

Коефіцієнт пропорційності L називається індуктивністю контуру. Індуктивність характеризує здатність контуру утворювати магнітний потік. Індуктивність контуру залежить від форми, розмірів контуру і магнітних властивостей середовища, що оточує контур.

Одиниця вимірювання індуктивності 1 Генрі (Гн) – це індуктивність контуру, який при силі струму у 1 Ампер утворює магнітний потік у 1 Вебер (Вб).

Індуктивність соленоїда визначається за формулою

$$L = \mu \mu_0 n^2 V,$$

де $n = N/l$ – кількість витків, що припадають на одиницю довжини соленоїда, V – об'єм соленоїда.

Самоіндукція. Електричний струм, що тече в контурі, утворює магнітний потік ψ , який пронизує цей контур. При зміні струму буде змінюватися і магнітний потік Φ , отже, в контурі буде виникати ЕРС індукції. Це явище називається самоіндукцією. ЕРС самоіндукції за відсутності феромагнетиків визначається за формулою

$$E_s = -L \frac{dI}{dt}.$$

Напрямок струму самоіндукції, як і індукційного струму, визначається за правилом Ленца. При збільшенні струму в контурі струм самоіндукції направлений йому назустріч, а при зменшенні – у той ж бік.

Струм при замиканні й розмиканні кола з індуктивністю. Внаслідок самоіндукції встановлення струму при замиканні кола і зменшення при розмикання, протікає не миттєво а поступово.

При розмиканні кола з індуктивністю, струм зменшується за експоненціальним законом

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}$$

(див. рис. 63, крива *a*), а при замиканні контуру – збільшується за експоненціальним законом $I = I_0(1 - e^{-(R/L)t})$ (див. рис. 63, крива *б*), де $I_0 = E/R$, E – ЕРС контуру, R – електричний опір контуру.

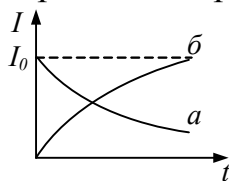


Рисунок 63

Енергія магнітного поля. Магнітне поле як форма матерії є носієм енергії. Енергія магнітного поля контуру зі струмом визначається формулою

$$W_m = \frac{LI^2}{2}.$$

Густина енергії $w = W/V$, тобто енергія в одиниці об'єму магнітного поля, визначається формулою

$$w_m = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2},$$

тобто пропорційна квадрату напруженості магнітного поля, і залежить від магнітної проникності μ .

ГЛАВА 5 КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ

1. Гармонічні коливання

Коливаннями називаються процеси, що періодично повторюються і при яких фізична величина, що характеризує коливальний процес по чергово проходить через нульове значення з різних боків.

Види коливань. Залежно від фізичної природи розрізняють коливання механічні, електромагнітні, електромеханічні та ін.

Залежно від характеру діючих сил розрізняють:

1. Вільні коливання відбуваються у системі, яку виведено з положення рівноваги і надано самій собі.
2. Вимушені коливання здійснюються під впливом зовнішньої періодично змінної дії.
3. Автоколивання відбуваються завдяки зовнішній дії, вплив якої на коливальну систему задається самою коливальною системою.
4. Параметричні коливання супроводжуються періодичною зміною якого-небудь параметра системи за рахунок зовнішньої дії.

Гармонічні коливання. Простішими є гармонічні коливання, при яких величина, що описує коливання, змінюється за часом за законом синуса або косинуса, тобто

$$\xi = \xi_m \cos(\omega t + \alpha),$$

де ξ – миттєве значення величини, що описує коливальний рух;

ξ_m – амплітуда (максимальне значення);

$\omega t + \alpha$ – фаза коливання;

α – початкова фаза;

$\omega = 2\pi\nu$ – циклічна частота коливання;

$\nu = 1/T$ – частота коливання;

T – період коливань;

t – час.

У якості величини ξ можуть бути

$$\xi = \{x, \varphi, q, u_c, i, E, H\}$$

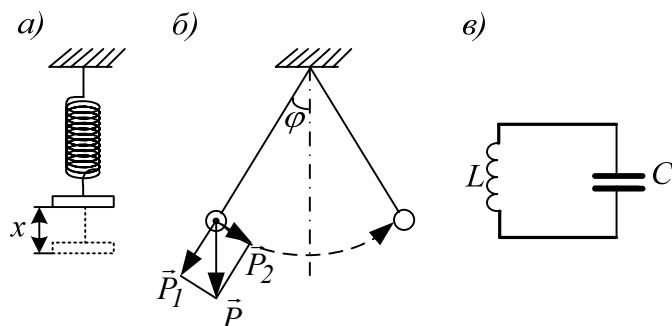


Рисунок 64

де x – зміщення тіла, що висить на пружинці, від положення рівноваги (див. рис. 64, а);

φ – відхилення тіла від положення рівноваги тіла на нитці (див. рис. 64, б);

q – заряд на конденсаторі в коливальному контурі (див. рис. 64, в);

u_c – напруга на конденсаторі коливального контуру;

i – сила струму у коливальному контурі;

E – напруженість електричного поля між пластинами конденсатора коливального контуру;

H – напруженість магнітного поля котушки коливального контуру.

Всі ці величини змінюються за гармонічним законом.

2. Вільні коливання

Вільні механічні коливання. Механічною коливальною системою називається система, в якій діє квазіпружна сила

$$F = -kx, \quad (5.1)$$

де x – зміщення тіла від положення рівноваги, k – коефіцієнт пропорційності. Знак мінус у формулі (5.1) говорить про те, що сила завжди направлена до положення рівноваги.

Для системи “тіло на пружинці” роль квазіпружної сили виконує сила пружності, а коефіцієнт k являє собою коефіцієнт пружності пружини.

Для математичного маятника (рис. 64, б) роль квазіпружної сили виконує складова сили тяжіння

$$P_2 = mg \sin \varphi,$$

де φ – кут відхилення, а роль зміщення – кут відхилення φ від положення рівноваги.

У коливальній системі, яку виведено з положення рівноваги і надано самій собі, виникають вільні механічні гармонічні коливання

$$x = a \cos(\omega_0 t + \alpha),$$

де ω_0 – циклічна частота вільних коливань

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}},$$

m – маса тіла, що коливається. Період вільних коливань

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Для математичного маятника

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

де l – довжина математичного маятника, g – прискорення вільного падіння.

Для фізичного маятника

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{3\theta}}{g}},$$

де $l_{зв}$ – зведена довжина фізичного маятника, тобто відстань між двома точками фізичного маятника, якщо їх взяти у якості центрів коливань, то періоди коливань відносно цих двох точок будуть однакові.

Вільні електромагнітні коливання. Вони виникають у коливальному контурі без активного електричного опору, якщо зарядити конденсатор і від'єднати його від джерела струму. (рис. 64, в)

Коливання заряду на конденсатор описується формулою

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \alpha),$$

де циклічна частота коливань $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, L – індуктивність котушки коливального контуру, C – електроємність конденсатора.

Період вільних електромагнітних коливань

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Коливання напруги на конденсаторі і сили струму у контурі при вільних коливаннях описується формулами

$$u_c = U_m \cos(\omega_0 t + \alpha),$$

$$i = I_m \cos(\omega_0 t + \alpha + \pi/2),$$

тобто коливання напруги і сили струму гармонічні, але коливання струму за фазою на $\pi/2$ випереджають коливання на конденсаторі.

3. Згасаючі коливання

Згасаючі механічні коливання. У будь-якій реальній механічній коливальній системі мають місце сили опору

$$F_r = -r v,$$

де v – швидкість тіла, r – коефіцієнт опору.

У цьому випадку запасена у коливальній системі енергія витрачається на роботу проти сил опору, енергія коливальної системи зменшується і коливання стають згасаючими (див. рис. 65).

Зміщення тіла від положення рівноваги описується формулою

$$x = a_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha),$$

де a_0 – амплітуда в початковий момент часу,

$\beta = r/2m$ – коефіцієнт згасання,

$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – частота згасаючих коливань,

ω_0 – частота вільних (незгасаючих) коливань.

Таким чином, наявність сил опору в коливальній системі призводить не тільки до згасання коливань, але при цьому зменшується їх частота. Згасаючі коливання існують у коливальній системі за умови

$$\beta < \omega_0.$$

При $\beta > \omega_0$ сили опору у коливальній системі настільки великі, що систему не можна розкачати і, якщо вона виведена з положення рівноваги, то повертається до нього без коливань.

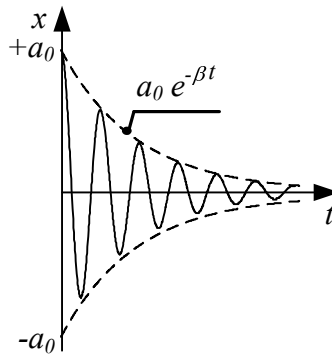


Рисунок 65

Згасаючі електромагнітні коливання. Вони виникають у коливальному контурі з активним електричним опором R . Енергія, що накопичена у контурі під час зарядження конденсатора, витрачається на нагрівання опору R , внаслідок чого коливання згасають.

Зміна заряду на конденсаторі при згасаючих коливаннях у контурі описується формулою

$$q = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha),$$

де $\beta = R/L$ – коефіцієнт згасання.

Циклічна частота згасаючих електромагнітних коливань визначається за формулою

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}.$$

При $\beta > \omega_0$ замість коливань відбувається неперіодичне розрядження конденсатора, оскільки опір контуру занадто великий і коливання у контурі неможливі.

При $\beta = \omega_0$ – критичний випадок. Опір контуру в цьому випадку називається критичним і визначається за формулою

$$R_{кр} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Згасаючі коливання існують у контурі тільки за умови $R < R_{кр}$.

Як бачимо, наявність сил опору у механічній коливальній системі і електричного опору в коливальному контурі призводять не тільки до того, що коливання у системах стають згасаючими, але при цьому змінюється частота ω коливань порівняно з частотою ω_0 вільних коливань:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}.$$

Частота згасаючих коливань завжди менше ніж частота вільних коливань.

4. Вимушені коливання

Це коливання, які здійснюються у коливальній системі під дією зовнішньої періодичної сили:

$$F = F_0 \cos \omega t .$$

У цьому випадку через деякий час у коливальній системі встановлюються гармонічні коливання

$$x = a \cos(\omega t - \varphi)$$

з частотою, яка дорівнює частоті зовнішньої періодичної сили.

Амплітуда коливань описується формулою

$$a = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}},$$

де $\beta = r / 2m$ – коефіцієнт згасання,

$\omega_0 = \sqrt{k / m}$ – частота вільних коливань системи,

$f_0 = F_0 / m$,

m – маса тіла, що коливається.

При деякій частоті амплітуда вимушених коливань досягає максимального значення. Це явище називається резонансом, а частота, на якій досягається максимум амплітуди – резонансною частотою. Графік залежності амплітуди вимушених коливань від частоти називається резонансною кривою (див. рис. 66).

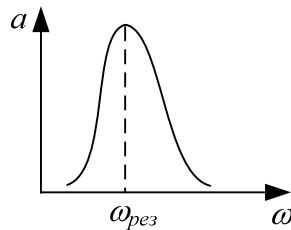


Рисунок 66

Резонансна частота вимушених коливань визначається за формулою

$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} .$$

Амплітуда коливань при резонансі дорівнює

$$a_{рез} = \frac{f_0}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} .$$

При $2\beta^2 > \omega_0^2$ резонанс у системі не спостерігається.

5. Хвилі

Хвилі. Процес поширення коливань у просторі називається хвилею. Частинки середовища, в якому поширюється хвиля, не переносяться нею. Вони тільки здійснюють коливання навколо своїх положень рівноваги.

Якщо частинки середовища коливаються у площині, яка перпендикулярна до напрямку поширення хвилі, то такі хвилі називаються поперечними (див. рис. 67, а). Якщо напрямок коливань частинок збігається з напрямком поширення – то це поздовжні хвилі (див. рис. 67, б).

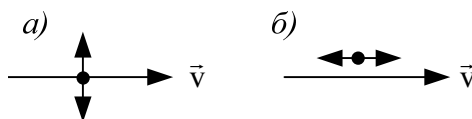


Рисунок 67

Поперечні хвилі виникають лише в середовищі, що має опір зсуву. Тому в рідинах і газах можуть виникати тільки поздовжні хвилі (виняток становлять поперечні хвилі на поверхні рідин). У твердих тілах можливе виникнення як поздовжніх, так і поперечних хвиль.

Довжина хвилі. Різні частинки в хвилі коливаються із зсувом за фазою. Частинки, що відстоять на відстані vT (v – швидкість поширення хвилі, T – період коливань у хвилі), коливаються в однаковій фазі. Ця відстань називається довжиною хвилі.

$$\lambda = v T. \quad (5.2)$$

Частота коливань у хвилі $\nu = 1/T$, тоді формулу (5.2) можемо записати у вигляді

$$\lambda \nu = v.$$

Геометричне місце точок, до яких дійшов хвильовий процес, називається фронтом хвилі. Геометричне місце точок, що коливаються в однаковій фазі, називаються хвильовою поверхнею. За формою хвильової поверхні хвилі розділяються на плоскі, циліндричні, сферичні. Плоскі хвилі утворюються плоским джерелом коливання, циліндричні – лінійним, а сферичні – точковим.

Рівняння плоскої хвилі. Плоска хвиля, що поширюється уздовж осі z , описується формулою

$$x(z, t) = a \cos(\omega t - kz + \alpha), \quad (5.3)$$

де x – зміщення точки, що коливається, від положення рівноваги, a – амплітуда хвилі (максимальне зміщення), $\omega = 2\pi\nu = 2\pi/T$ – циклічна частота коливань, $k = \omega/\nu = 2\pi/\lambda$ – хвильове число.

В аргументі \cos (або \sin) у рівнянні хвилі (5.3) стоять час t і координата z , тобто хвиля – це двічі періодичний процес, періодичний як за часом, так і за координатою. Період T – це період повторення коливань у часі, а довжина хвилі λ – це період повторення коливань у просторі.

Хвильове рівняння. Формула плоскої хвилі (5.3) є розв'язком диференційного рівняння другого порядку в часткових похідних, яке називається хвильовим:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}. \quad (5.4)$$

Будь-яка функція, що задовольняє хвильовому рівнянню (5.4), описує деяку хвилю.

6. Електромагнітні хвилі

Змінне електричне поле породжує змінне магнітне поле, яке, в свою чергу, породжує електричне поле. Таким чином, у просторі виникає послідовність

взаємних перетворень електричного і магнітного полів, що поширюються від точки до точки. Цей процес періодичний у просторі й часі і, отже, є хвилею.

Висновок про можливість існування електромагнітних хвиль випливає з теорії електромагнітного поля Максвелла.

Розглянемо плоску електромагнітну хвилю, що поширюється вздовж осі z в однорідному непровідному середовищі.

З рівнянь електромагнітного поля випливає

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} &= \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} &= \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 H_x}{\partial t^2}.\end{aligned}\quad (5.5)$$

Рівняння (5.5) – це хвильові рівняння, з яких швидкість поширення електромагнітних хвиль у середовищі з відносно діелектричною проникністю ε і відносною магнітною проникністю μ визначається за формулою

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0}}.$$

У вакуумі

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = c,$$

де $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – швидкість світла у вакуумі. Таким чином у вакуумі швидкість електромагнітних хвиль збігається із швидкістю світла. Звідси Максвелл зробив висновок, що світлові хвилі – це електромагнітні хвилі.

Розв'язок хвильових рівнянь (5.5) має вигляд

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \vec{e}_y E_m \cos(\omega t - kz + \alpha), \\ \vec{H} &= \vec{e}_x H_m \cos(\omega t - kz + \alpha),\end{aligned}$$

де \vec{e}_x, \vec{e}_y – орти вздовж координатних осей.

Отже, в електромагнітній хвилі коливається вектор напруженості \vec{E} електричного поля і вектор напруженості \vec{H} магнітного поля. Коливання цих векторів синфазні, тобто одночасно досягають максимального значення і одночасно обертаються в нуль. Вектори \vec{E} і \vec{H} перпендикулярні один одному і коливаються у площині, яка перпендикулярна до напрямку поширення хвилі, тобто електромагнітні хвилі відносяться до класу поперечних хвиль, а вектори \vec{E} і \vec{H} утворюють з напрямком поширення правої системи (див. рис. 68).

Амплітуди векторів \vec{E} і \vec{H} пов'язані між собою співвідношенням

$$\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} E_m = \sqrt{\mu \mu_0} H_m.$$

У вакуумі

$$\frac{E_m}{H_m} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi$$

– це, так званий, хвильовий опір вакууму.

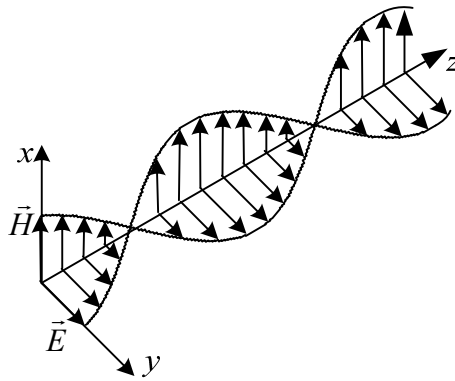


Рисунок 68

В електромагнітній хвилі у фіксованій точці простору вектори \vec{E} і \vec{H} змінюються у часі за гармонічним законом, а у фіксований момент часу (“миттєва фотографія” хвилі) змінюються у просторі також за гармонічним законом.

Електромагнітні хвилі – це вид польової (електромагнітної) матерії і для свого поширення не потребують іншої матерії (середовища). Тому вони можуть поширюватися і у вакуумі, а механічні хвилі – це коливання частинок середовища. У цьому полягає принципова відмінність електромагнітних і механічних хвиль.

ГЛАВА 6 ХВИЛЬОВА ОПТИКА

1. Світлова хвиля

Природа світла. Світло має складну, подвійну природу. У поведінці світла проявляються як корпускулярні, так і хвильові властивості (так званий корпускулярно-хвильовий дуалізм світла). В одних оптичних явищах (інтерференція, дифракція) світло поводить себе як електромагнітна хвиля, у інших (теплове випромінювання, гальмове рентгенівське випромінювання, фотоэффект) воно поводить себе як потік світлових частинок (корпускул) – фотонів.

Три розділи оптики. Оптика має три розділи:

- 1) Геометричною оптикою називається граничний випадок хвильової оптики при $\lambda \rightarrow 0$ (λ – довжина хвилі), в якому закони оптики сформульовані на мові геометрії (закони відбиття, заломлення, та ін.). При цьому світло поширюється уздовж деяких ліній (напрямків), що називаються променями.
- 2) Хвильова оптика. Цей розділ охоплює коло оптичних явищ, в основі яких лежить хвильова природа світла (інтерференція, дифракція, тощо).
- 3) Квантова оптика. Цей розділ охоплює коло оптичних явищ, що обумовлені корпускулярною (або квантовою) природою світла (теплове випромінювання, гальмівне рентгенівське випромінювання, фотоэффект, тощо).

Світлова хвиля. Це електромагнітна хвиля. Як уже згадувалося вище, в електромагнітній хвилі коливається вектор напруженості \vec{E} електричного поля

і вектор напруженості \vec{H} магнітного поля. Фотофізіологічна, фотохімічна, фотоелектрична дія світла обумовлена електричною компонентою \vec{E} електромагнітної хвилі. Тому вектор \vec{E} в оптиці називають світловим вектором і позначають \vec{A} .

Тоді формула світлової хвилі

$$a = A \cos(\omega t - k z + \alpha). \quad (6.1)$$

Формула (6.1) описує світлову хвилю, що поширюється вздовж осі z . Тут використовуються такі позначення:

a – миттєве значення світлового вектора,

A – амплітуда (максимальне значення),

$\omega = 2\pi\nu$ – циклічна частота коливань світлового вектора,

$\nu = 1/T$ – частота коливань,

$k = \omega/\nu = 2\pi/\lambda$ – хвильове число,

$\lambda = \nu T$ – довжина хвилі,

ν – швидкість поширення світлової хвилі.

Перехід через межу розподілу. При переході через межу розподілу двох середовищ частота коливань у хвилі залишається незмінною (вона задається джерелом світла), а змінюється швидкість поширення хвилі і, отже, довжина хвилі.

Розглянемо перехід хвилі з вакууму в речовину. У вакуумі довжина хвилі $\lambda_0 = c/\nu$, c – швидкість світла у вакуумі. У речовині довжина хвилі $\lambda = \nu/\nu$, де ν – швидкість світла в речовині. Введемо абсолютний показник заломлення речовини:

$$n = \frac{c}{\nu}.$$

Тоді довжина хвилі в речовині $\lambda = \lambda_0/n$.

Інтенсивність світла. Природне світло – це накладання (суперпозиція) світлових хвиль з довжинами хвиль у діапазоні

$$\Delta\lambda = (0,40 \div 0,76) \cdot 10^{-6} \text{ м},$$

або з частотою в діапазоні $\Delta\nu = (0,39 \div 0,75) \cdot 10^{15} \text{ Гц}$.

Око людини реєструє середній за часом потік енергії, що переноситься світловою хвилею. Середня за часом густина потоку енергії називається інтенсивністю світла $I = n A^2$.

2. Інтерференція світла

Явище інтерференції. Розглянемо накладання двох світлових хвиль однакового напрямку коливань світлового вектора та однакової частоти. У деякій точці простору ці дві хвилі утворюють коливання світлових векторів:

$$a_1 = A_1 \cos(\omega t + \alpha_1),$$

$$a_2 = A_2 \cos(\omega t + \alpha_2).$$

Результуюче коливання

$$a = A \cos(\omega t + \alpha),$$

квадрат амплітуди якої

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1).$$

Або через інтенсивності

$$I^2 = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} \cos(\alpha_2 - \alpha_1)$$

Якщо різниця фаз $(\alpha_2 - \alpha_1)$ двох світлових хвиль за часом не змінюється, то такі хвилі називаються когерентними.

Для когерентних хвиль у точках, де

1) $\cos(\alpha_2 - \alpha_1) > 0$ – результуюча інтенсивність $I > I_1 + I_2$, тобто результуюча інтенсивність при накладанні двох хвиль більша за суму інтенсивностей окремих хвиль;

2) $\cos(\alpha_2 - \alpha_1) < 0$ – результуюча інтенсивність $I < I_1 + I_2$.

Таким чином, при накладанні двох когерентних світлових хвиль відбувається перерозподіл світлового потоку в просторі, який призводить до виникнення максимумів і мінімумів інтенсивності світла, які чергуються у просторі. Це явище називається інтерференцією, а чергування максимумів і мінімумів інтенсивності – інтерференційною картиною. При накладанні двох плоских когерентних хвиль інтерференційна картина являє собою чергування світлих і темних смуг.

Когерентне і некогерентне додавання коливань. Максимуми інтенсивності виникають у точках простору, де $\cos(\alpha_2 - \alpha_1) = 1$. Інтенсивність світла у максимумах

$$I_{max} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2. \quad (6.2)$$

Якщо інтенсивності хвиль однакові ($I_1 = I_2$), то

$$I_{max} = 4I_1, \quad (6.3)$$

Мінімуми інтенсивності виникають у точках простору, де $\cos(\alpha_2 - \alpha_1) = -1$. Інтенсивність світла в мінімумі

$$I_{min} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2, \quad (6.4)$$

При однакових інтенсивностях хвиль

$$I_{min} = 0, \quad (6.5)$$

Формули (6.2 – 6.5) визначають так званий закон когерентного додавання хвиль. Для некогерентних світлових хвиль різниця фаз $\alpha_2 - \alpha_1$ довільно змінюється за часом, середнє значення $\cos(\alpha_2 - \alpha_1) = 0$ і результуюча інтенсивність у всіх точках

$$I = I_1 + I_2, \quad (6.6)$$

А при однакових інтенсивностях хвиль

$$I = 2I_1, \quad (6.7)$$

Формули (6.6) і (6.7) дають закон некогерентного додавання інтенсивностей хвиль.

Таким чином, при накладанні двох когерентних хвиль з однаковими інтенсивностями інтенсивність у максимумі вдвічі більша ніж результуюча інтенсивність при накладанні двох некогерентних хвиль з однаковими інтенсивностями.

Умови для інтерференційних максимумів і мінімумів. Для спостереження інтерференції потрібні когерентні джерела світла. У природі такі не існують, всі природні джерела світла некогерентні.

Дві когерентні світлові хвилі можна отримати, розділивши хвилю на дві частини і знову наклавши їх одна на одну.

Нехай перша хвиля поширюється у середовищі з абсолютним показником заломлення n_1 і проходить до точки накладання геометричний шлях S_1 , а друга – в середовищі з абсолютним показником заломлення n_2 і проходить геометричний шлях S_2 (див. рис. 69). Оптичним шляхом променя світла називається добуток геометричного шляху на абсолютний показник заломлення. Введемо оптичні шляхи променів

$$L_1 = n_1 S_1,$$

$$L_2 = n_2 S_2$$

і оптичну різницю ходу променів $\Delta L = L_2 - L_1 = n_2 S_2 - n_1 S_1$.

Тоді різниця фаз в точці накладання $\delta = 2\pi(\Delta L)/\lambda_0$. Максимуми інтенсивності спостерігаються у точках простору, для яких $\Delta L = \pm m \lambda_0$, $m=0,1,2...$ Тобто на оптичній різниці ходу променів вкладається ціла кількість довжин хвиль.

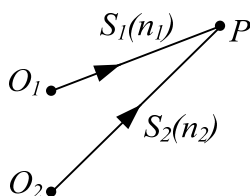


Рисунок 69

Мінімуми інтенсивності світла спостерігаються у точках простору, для яких виконується умова

$$\Delta L = \pm(m + \frac{1}{2})\lambda_0, \quad m=0,1,2...$$

Таким чином, якщо на оптичній різниці ходу променів для даної точки простору вкладається ціле число довжин хвиль, то

коливання в даній точці додаються у фазі і в даній точці спостерігається інтерференційний максимум. А якщо на оптичній різниці ходу променів вкладається напівціле число довжин хвиль, то коливання в даній точці додаються у протифазі і в даній точці простору спостерігається інтерференційний мінімум.

Дослід Юнга. Одним з перших дослідів з інтерференції світла був дослід Юнга. У цьому досліді світло падає на екран з двома паралельними щілинами, а інтерференційна картина спостерігається на другому (суцільному) екрані, розташованому позаду першого (див. рис. 70).

Дві щілини є двома джерелами когерентних хвиль для напівпростору праворуч за ними. Інтерференційна картина являє собою чергування світлих і темних смуг і спостерігається на ділянці АВ, де накладаються когерентні хвилі (це так зване поле інтерференції). На осі симетрії (координата $x=0$) спостерігається світла смуга (інтерференційний максимум).

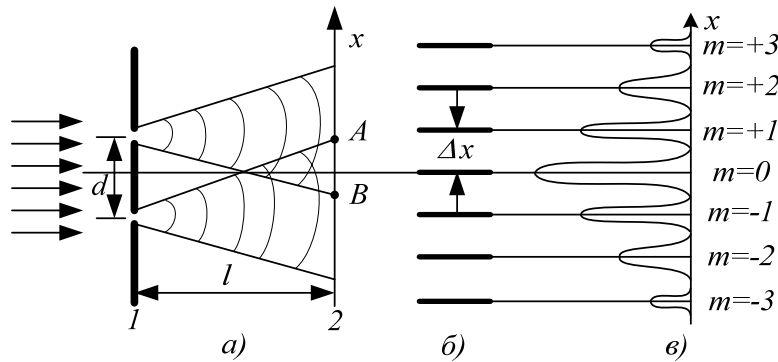


Рисунок 70

Координати максимумів і мінімумів інтенсивностей визначаються формулами

$$x_{max} = \pm m \frac{l}{d} \lambda,$$

$$x_{min} = \pm (m + \frac{1}{2}) \frac{l}{d} \lambda,$$

де $m = 0, 1, 2, \dots$ – порядок (тобто порядковий номер) інтерференційного максимуму (або мінімуму), l – відстань від щілин до екрану, d – відстань між щілинами, λ – довжина світлової хвилі. Відстань Δx між двома сусідніми максимумами (або мінімумами) визначається формулою

$$\Delta x = \frac{l}{d} \lambda. \quad (6.8)$$

Вимірявши за допомогою лінійки Δx , l і d , з (6.8) легко визначити довжину хвилі світла λ . Формула (6.8) має назву формули Юнга. За її допомогою, закриваючи щілини різними світлофільтрами, Юнг визначив з високим ступенем точності довжину хвилі різних кольорів світла.

У білому світлі (що є накладанням світлових хвиль різних довжин) інтерференційна картина розмивається, оскільки положення максимумів і мінімумів залежить від довжини хвилі.

Інтерференція у тонких плівках. Часто на практиці ми зустрічаємося з інтерференцією у тонких плівках. При відбитті від двох меж плівки утворюються два відбиті когерентні промені, які накладаються один на одного і інтерферують (див. рис. 71). Якщо товщина плівки задовольняє умовам

$$d = m \frac{\lambda_0}{2} \quad (m=1, 2, 3 \dots),$$

то обидва відбиті промені накладаються у протифазі і спостерігається мінімум інтенсивності відбитого світла. А якщо товщина плівки

$$d = (m + 1/2) \lambda_0 / 2 \quad (m=1, 2, 3 \dots),$$

то відбиті промені накладаються у фазі (говорять ще синфазно) і спостерігається максимум інтенсивності відбитого світла (λ_0 – довжина світлової хвилі у вакуумі).

Просвітлення оптики. На явищі інтерференції засновано так зване просвітлення оптики, тобто ефект, при якому унеможлиблюється відбиття світла від поверхні лінз оптичної системи

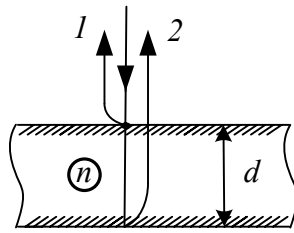


Рисунок 71

Справа в тому, що при кожному відбитті в оптичній системі втрачається 4% падаючого світлового потоку. Тому світловий потік на виході складної оптичної системи суттєво послаблюється, крім того при перевідбиттях виникають відблиски на зображенні. Щоб уникнути цього, поверхню лінзи покривають тонкою прозорою плівкою (див. рис. 72).

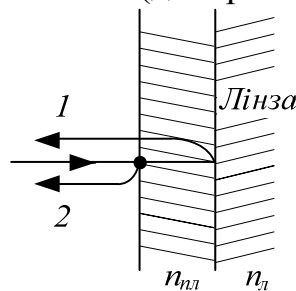


Рис. 72

Два відбитих від меж плівки промені 1 і 2 когерентні й інтерферують. Якщо товщина плівки $d = \lambda/4$, то відбитті промені 1 і 2 додаються у протифазі, тобто $I_{від} = I_1 - I_2$, а якщо при цьому ще виконується умова $n_{пл} = \sqrt{n_{лінзи}}$, де $n_{пл}$ – показник заломлення плівки, $n_{лінзи}$ – показник заломлення лінзи, то інтенсивності відбитих променів однакові ($I_1 = I_2$) і тоді $I_{від} = 0$, тобто відбиття світла від поверхні, вкритої такою плівкою, відсутнє.

3. Дифракція світла

Огинання хвилями перешкод називається дифракцією. Виникнення дифракції можна пояснити за допомогою принципу Гюйгенса: кожна точка хвильового фронту є джерелом вторинних сферичних хвиль, огинаюча яких дає положення хвильового фронту в наступний момент часу (див. рис. 73, а).

Промені світла поширюються вздовж нормалі до хвильового фронту. Тому дифракція світла призводить до проникнення світла в область геометричної тіні і утворення дифракційної картини – світлих і темних ділянок, які чергуються (див. рис. 73, б, в).

Дифракція дуже залежить від співвідношення розмірів перешкоди d на шляху світла і довжини хвилі λ . Дифракція найбільш яскраво виражена при $d \approx \lambda$.

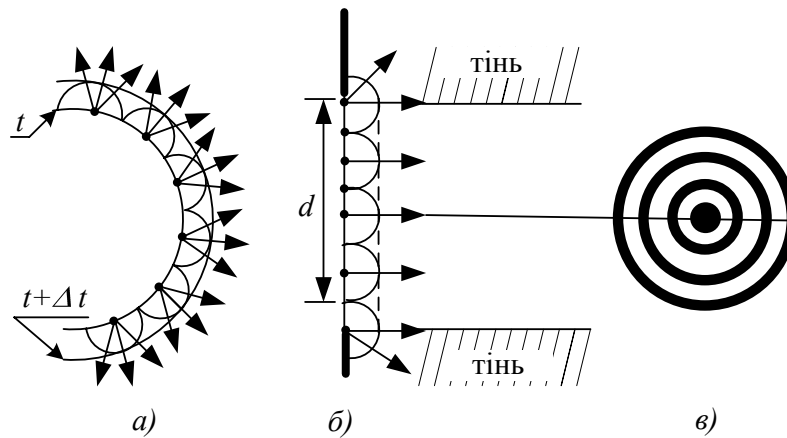


Рисунок 73

Принцип Гюйгенса-Френеля. Принцип Гюйгенса дозволяє тільки якісно пояснити явище дифракції, але не дозволяє визначити амплітуди розсіяних перешкодою хвиль, які поширюються в різних напрямках. Френель доповнив принцип Гюйгенса уявленням про інтерференцію вторинних хвиль. Врахування амплітуд і фаз вторинних хвиль дозволяє знайти амплітуду розсіяної перешкодою світлової хвилі в будь-якій точці простору.

Результуюче коливання в будь-якій точці спостереження P являє собою суперпозицію коливань, що проходять від усіх елементів хвильової поверхні S з урахуванням їх амплітуд і фаз:

$$a_p = \int_S k(\varphi) \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha) dS, \quad (6.9)$$

де r – відстань від елемента dS хвильової поверхні S до точки спостереження P (див. рис. 74), A_0 – амплітуда коливань на елементі dS , $\omega = 2\pi/T$ – циклічна частота коливань, $k = 2\pi/\lambda$ – хвильове число. Отже результуюче коливання в точці P дорівнює сумі (тобто інтегралу) коливань, що приходять в точку P від всіх елементів хвильової поверхні S з урахуванням їх амплітуд і фаз. Це і є принцип Гюйгенса-Френеля.

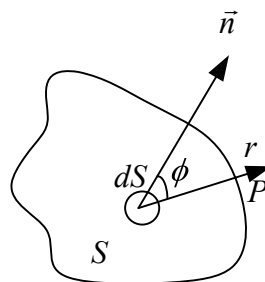


Рисунок 74

Види дифракції:

1) дифракція Фраунгофера, або дифракція в паралельних променях, коли відстані від джерела світла S до перешкоди, на якій відбувається дифракція, і відстані від перешкоди до точки спостереження P великі порівняно з розмірами перешкоди. При цьому промені, що падають від джерела світлу на перешкоду,

і промені, що поширюються від перешкоди в точку спостереження, йдуть практично паралельними пучками (див. рис. 75, а);

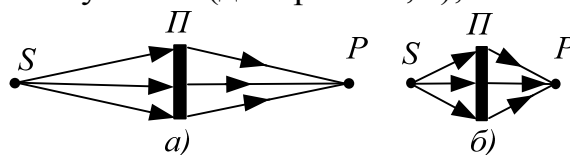


Рисунок 75

2) дифракція Френеля – це дифракція в непаралельних променях, коли джерело світла і точка спостереження лежать недалеко від перешкоди (див. рис. 75, б)

Зони Френеля. Принципом Гюйгенса-Френеля (6.9) важко скористатися на практиці, оскільки важко підрахувати інтеграл по хвильовій поверхні S . Для полегшення цього Френель запропонував розбити поверхню інтегрування S (а це хвильова поверхня) на окремі ділянки, різниця ходу променів від меж яких дорівнює $\lambda/2$. Ці ділянки хвильової поверхні отримали назву зон Френеля. Тоді результуючі коливання, що утворюються в точці спостереження P вторинними хвилями від двох сусідніх зон Френеля, знаходяться у протифазі, тобто відрізняються за фазою на π . Тому амплітуда результуючого коливання, що утворюється в точці спостереження P вторинними хвилями, які прийшли від всієї хвильової поверхні, визначається формулою.

$$A_p = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots, \quad (6.10)$$

де A_m – амплітуда, утворена вторинними хвилями, які прийшли від m -ї зони Френеля.

Для точкового джерела світла хвильова поверхня сферична і зони Френеля для неї являють собою кільцеві області (крім першої) з радіусом зовнішньої межі

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m \lambda},$$

де a – радіус сферичної хвильової поверхні (див. рис. 76) b – відстань від вершини сферичного сегменту (точка O) до точки спостереження P (вимірюється уздовж лінії, яка з'єднує джерело S і точку спостереження P).

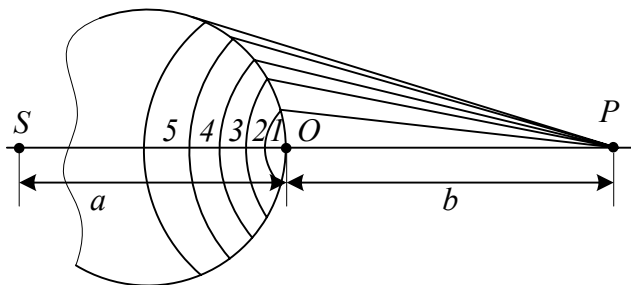


Рисунок 76

Формулу (6.10) можна переписати у вигляді

$$A_p = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots$$

Для сферичної хвильової поверхні амплітуди A_m утворюють послідовність, що монотонно зменшується. Тому $A_m = (A_{m-1} + A_{m+1}) / 2$ і в результаті

$$A_p = \frac{A_1}{2}, \quad (6.11)$$

Тобто амплітуда, що утворюється в точці P сферичною хвильовою поверхнею, дорівнює половині амплітуди, що утворюється однією центральною зоною.

Дифракція Френеля на круглому отворі. При дифракції сферичної хвилі на круглому отворі радіусу r_0 відкритими є $m = \frac{r_0^2}{\lambda} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$ зон Френзеля, де a – відстань від джерела світла до отвору, b – відстань від отвору до точки спостереження. Джерело S і точка спостереження P лежать на осі симетрії отвору. Амплітуда коливань в точці P

$$A_p = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2},$$

де знак плюс береться, якщо кількість зон Френеля, що відкриває отвір, непарне, а знак мінус, якщо число зон парне. За малої кількості відкритих зон Френеля $A_1 \approx A_m$ і

$$A_p = \begin{cases} A_1, & m - \text{непарне}, \\ 0, & m - \text{парне}. \end{cases}$$

За відсутності перешкоди $A_p = A_1/2$ відповідно до формули (6.11). Таким чином, перешкода з отвором, який відкриває непарну кількість зон Френзеля, не тільки не послаблює світло, а навпаки, призводить до збільшення амплітуди коливань в точці P у два рази, а інтенсивності коливань – у 4 рази. Це суттєво хвильовий ефект, який у межах геометричної оптики пояснити неможна.

При переміщенні точки спостереження у площині, паралельній площині з отвором, спостерігається дифракційна картина у вигляді світлих і темних кілець з максимумом у центрі, якщо отвір відкриває непарну кількість зон Френеля (див. рис. 77, а), і з мінімумом, якщо m – парне (див. рис. 77, б).

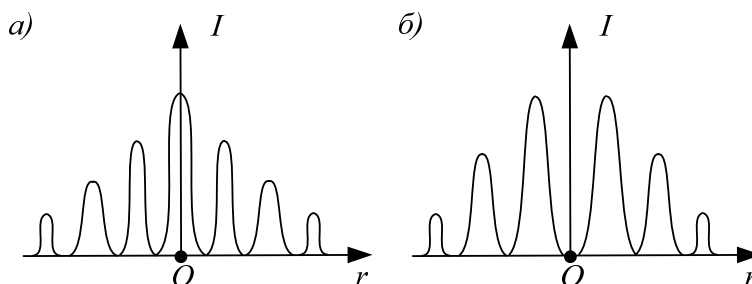


Рисунок 77

На рисунку 77 показані профілі інтенсивності світла залежно від відстані r від осі отвору. Якщо отвір відкриває не більше однієї зони Френеля, то на екрані розмита світла пляма.

Дифракція Фраунгофера на щілині. При дифракції паралельного пучка променів на щілині в екрані, промені розсіюються по всіх напрямках. Промені,

які йдуть в одному напрямку, інтерферують між собою і в результаті на екрані спостерігається дифракційна картина. При нормальному падінні променів на щілину шириною b , різниця ходу крайніх променів, що йдуть під кутом дифракції φ (цей кут відраховується від нормалі до площини щілини), дорівнює $b \sin \varphi$ (див. рис. 78, а).

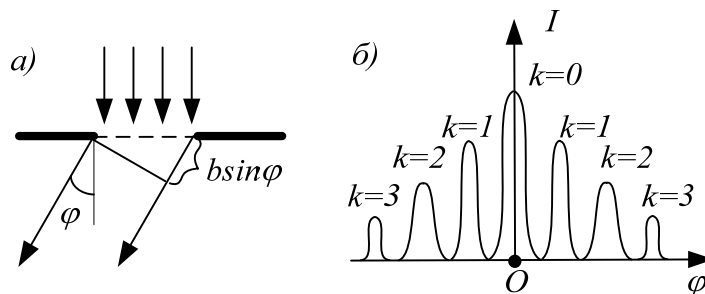


Рисунок 78

Якщо виконується умова

$$b \sin \varphi = \pm k \lambda, \quad k=1,2,3,\dots, \quad (6.12)$$

то хвильова поверхня на щілині розбивається на $2k$ (парну) кількість зон Френеля. Дії зон попарно компенсують одна одну і під даним кутом дифракції спостерігається дифракційний мінімум.

Якщо виконується умова

$$b \sin \varphi = \pm \left(k + \frac{1}{2}\right) \lambda, \quad k=1,2,3,\dots,$$

то на отворі вкладається $2k+1$ (непарна) кількість зон Френеля. Дія однієї зони залишається незкомпенсованою і під даним кутом дифракції спостерігається дифракційний максимум.

Дифракційна картина являє собою чергування світлих і темних смуг. На рисунку 78, б показано залежність інтенсивності дифрагованого світла від кута дифракції φ . Під кутом $\varphi = 0$ всі вторинні промені накладаються в однаковій фазі і під цим кутом дифракції спостерігається головний дифракційний максимум ($k=0$). Світлі смуги дифракційної картини відповідають максимумам інтенсивності, а темні – мінімумам.

Дифракційні ґратки. Періодична послідовність щілин у екрані утворює дифракційну ґратку. Коливання, що поширюються від різних щілин ґратки, є когерентними і інтерферують. Результат накладання (підсумовування) коливань залежить від різниці фаз коливань для двох сусідніх щілин $d \sin \varphi$, де d – період дифракційної ґратки, φ – кут дифракції (див. рис. 79).

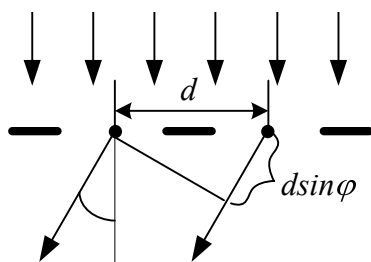


Рисунок 79

За умови

$$d \sin \varphi = \pm m \lambda, \quad (6.13)$$

де $m=0,1,2,\dots$ – максимуми від окремих щілин накладаються в однаковій фазі і підсилюють один одного. Під такими кутами дифракції φ спостерігаються головні дифракційні максимуми для ґратки. Формула (6.13) має назву формули дифракційної ґратки.

Умова (6.12) для дифракційних мінімумів для окремих щілин є одночасно і умовою для дифракційних мінімумів всієї ґратки.

Дифракційну картину при дифракції на ґратці пучка монохроматичного світла показано на рисунку 80, а.

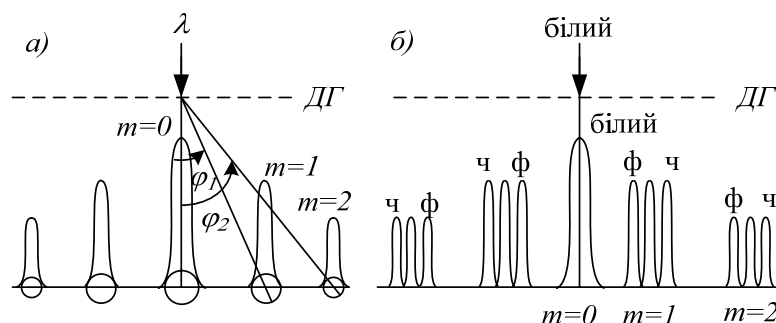


Рисунок 80

Максимальний порядок (m) головних максимумів знаходиться з умови

$$m \leq \frac{d}{\lambda}.$$

Оскільки кут дифракції не може перевищувати $\frac{\pi}{2}$, то кількість максимумів дорівнює $2m+1$.

Положення головних максимумів залежить від довжини хвилі λ . Тому при падінні на дифракційну ґратку білого світла всі максимуми дифракційної картини, крім центрального $m=0$, розкладаються у спектр (див. рис. 80, б). Амплітуда в головному максимумі дифракційної ґратки $A = N \cdot A_i$, де A_i – амплітуда у максимумі для окремої щілини, N – кількість щілин дифракційної ґратки. Тоді інтенсивність головних максимумів дифракційної ґратки $I = N^2 I_i$. Тому максимуми дифракційної картини для ґратки дуже насичені і дифракційна ґратка вважається кращим спектральним приладом (тобто приладом для розкладання випромінювання у спектр).

4. Поляризація

Види поляризації. У природному світлі коливання світлового вектора різних напрямків швидко і невпорядковано змінюють одне одного у площині, що перпендикулярна до напрямку поширення світла (див. рис. 81, а).

Таке світло називається неполяризованим. Амплітуда коливань світлового вектора \vec{A} у нього по всіх напрямках у площині, перпендикулярній до напрямку поширення променя, однакова і, якщо з'єднати кінці світлових векторів різних напрямків, то отримаємо коло (див. рис. 81, б).

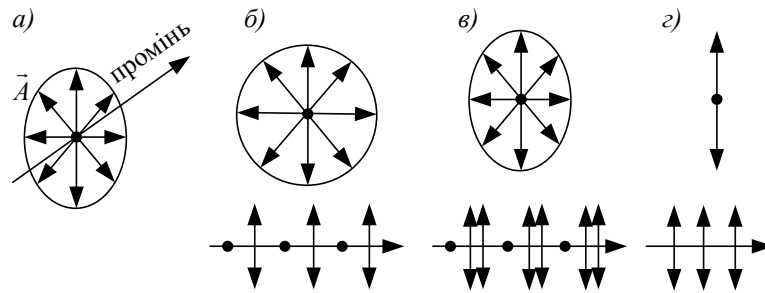


Рисунок 81

Світло, в якого коливання світлового вектора \vec{A} впорядковано якимось чином називається поляризованим. Розрізняють часткову і повну поляризацію.

У частково поляризованого світла амплітуда коливань у якомусь напрямку більша, ніж у перпендикулярному тобто є домінуючий напрямок і є часткова впорядкованість в коливаннях світлового вектора. Якщо з'єднати кінці світлових векторів різних напрямків то отримаємо еліпс (див. рис. 81, в).

У повністю поляризованого світла коливання світлового вектора повністю впорядковані. На рисунку 81, г показано повністю поляризоване світло, в якого коливання світлового вектора відбувається в одній площині (плоско поляризоване світло).

Поляризацію променя світла можна зобразити за допомогою двокінцевих стрілок і точок. Стрілки позначають коливання світлового вектора у площині рисунка, а точки – коливання, що перпендикулярні до площини рисунка. Для неполяризованого світла густина стрілок і точок на промені однакова, для частково поляризованого – більша густина або стрілок, або точок, для повністю поляризованого світла на промені або тільки стрілки, або тільки точки (залежно від напрямку коливання світлового вектора).

Мірою поляризації є ступінь поляризації

$$P = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}},$$

де I_{max} – максимальна інтенсивність, I_{min} – мінімальна інтенсивність (у перпендикулярному напрямку). Для неполяризованого світла $I_{max} = I_{min}$ і $P = 0$, для частково поляризованого $0 < P < 1$, для повністю поляризованого $I_{min} = 0$ і $P = 1$.

Поляризатори. Природне неполяризоване світло перетворюється на поляризоване за допомогою поляризаторів. Поляризатори – це пристрої, які пропускають коливання, що паралельні площині поляризатора, і повністю затримують коливання, що перпендикулярні до неї.

Якщо на поляризатор падає поляризоване світло з інтенсивністю I_0 і площина коливань світлового вектора складає кут φ з площиною поляризатора, то інтенсивність світла на виході поляризатора (див. рис. 82, а) визначається за формулою

$$I_{вих} = I_0 \cdot \cos^2 \varphi. \quad (6.14)$$

Формула (6.14) має назву закону Малюса.

Якщо на поляризатор падає неполяризоване світло (див. рис. 82, б), то кут φ у формулі (6.14) приймає будь-які значення від 0 до 2π і потрібно провести усереднення по всіх можливих кутах. Середнє значення $\cos^2 \varphi = 1/2$ і в результаті

$$I_{\text{вих}} = \frac{1}{2} I_0.$$

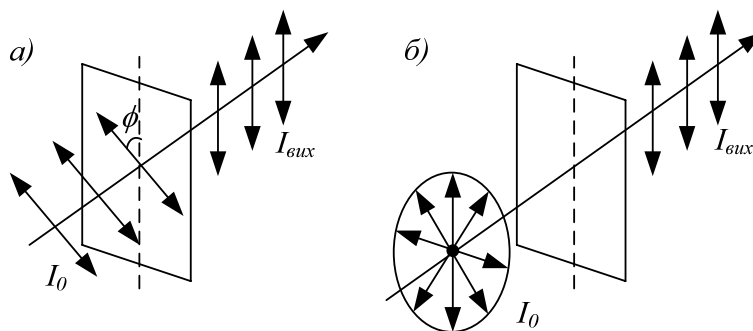


Рисунок 82

Поляризація при відбитті і заломленні. Якщо на межу розподілу двох середовищ з абсолютними показниками заломлення n_1 і n_2 (перше середовище – це середовище, в якому поширюється падаючий промінь, друге середовище – де заломлений) падає природній (неполяризований) промінь світла, то відбитий і заломлений промені будуть частково поляризованими. При цьому в відбитому промені домінують коливання перпендикулярні до площини падіння, а у заломленому – паралельні до площини падіння (див. рис. 83).

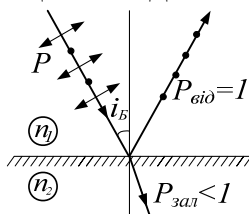


Рисунок 83

При зміні кута падіння змінюються ступені поляризації відбитого і заломленого променів. При куті i_B , що задовольняє

$$\operatorname{tg}(i_B) = \frac{n_2}{n_1}, \quad (6.15)$$

відбитий промінь стає повністю поляризованим ($P_{\text{відб}} = 1$), а ступень

поляризації заломленого досягає максимуму, але менше 1 (тобто залишається частково поляризованим), Формула (6.15) називається законом Брюстера (або законом повної поляризації), а кут i_B – кутом Брюстера (або кутом повної поляризації).

Описане явище поляризації світла при відбитті і заломленні має в своїй основі той факт, що випромінювання зарядів, які коливаються, має направлений характер. У напрямку коливань заряджена частинка не випромінює. Якщо кут падіння дорівнює куту Брюстера наприклад паралельних коливань частинок

середовища збігається з напрямком відбитого променя. Тому у відбитому промені залишаються тільки перпендикулярні до площини падання коливання.

Поляризація при подвійному променезаломленні. При проходженні через деякі кристали світловий промінь розділяється на два промені. Це явище отримало назву подвійного променезаломлення. Вперше воно спостерігалось у кристалах ісландського шпату (CaCO_3).

Напрямок у кристалі, поширюючись вздовж якого промінь світла не розділяється на два промені, називається оптичною віссю кристала, а площина, що проходить через оптичну вісь і падаючий промінь – головним перерізом кристала.

Один із заломлених променів задовольняє звичайним законом заломлення і називається звичайним (позначається буквою o), інший – не задовольняє і називається незвичайним (позначається буквою e). Коливання світлових векторів у звичайному і незвичайному променях здійснюються у перпендикуляр-

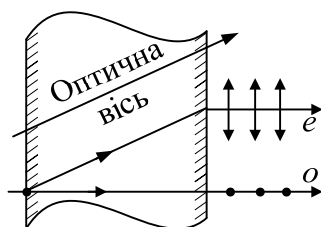


Рисунок 84

них площинах: у незвичайного променя в головному перерізі кристала, у звичайного – перпендикулярного до нього (див. рис. 84). Явище подвійного променезаломлення спостерігається для всіх прозорих кристалів за винятком тих, що належать до кубічної системи. В кристалах некубічної системи діелектрична проникність ε , отже, і абсолютний показник заломлення $n = \sqrt{\varepsilon}$, залежать від напрямку променя, що і призводить до виникнення подвійного променезаломлення.

Призма Ніколя. На використанні явища подвійного променезаломлення заснована дія поляризатора, який називається призмою Ніколя, або просто ніколем. Ніколь являє собою призму із ісландського шпату, розрізану по діагоналі і склеєну прозорим клеєм (див. рис. 85).

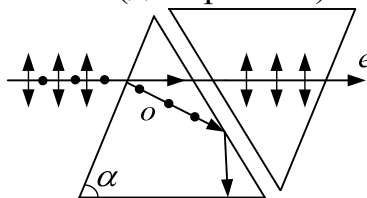


Рисунок 85

Показник заломлення клею $n_{\text{клею}}$ вибирається так, щоб виконувалася умова

$$n_o > n_{\text{клею}} > n_e,$$

де n_0 – показник заломлення для звичайного променя, n_e – для незвичайного. Тоді при падінні на клеєву плівку звичайний промінь падає з середовища оптично більш густого у середовище оптично менш густе і, якщо підібрати кут нахилу призми α так, щоб кут його падіння на клеєву плівку був більший за кут повного внутрішнього відбиття, то звичайний промінь відбивається від клеєвої плівки, а незвичайний – проходить. У результаті при падінні на ніколь неполяризованого світла на виході воно буде повністю поляризованим.

ГЛАВА 7 КВАНТОВА ОПТИКА

1. Теплове випромінювання

Випромінювання електромагнітних хвиль нагрітими тілами називається тепловим випромінюванням. Джерелом енергії для теплового випромінювання є внутрішня енергія тіла. Теплове випромінювання – єдиний вид випромінювання, який може знаходитися у рівновазі з випромінюючим тілом, тобто кількість випроміненої в одиницю часу енергії дорівнює кількості поглиненої енергії. Здатність теплового випромінювання знаходитися у рівновазі з випромінюючим тілом обумовлена тим, що його інтенсивність зростає при підвищенні температури.

Для характеристики теплового випромінювання використовують такі фізичні величини.

1. Потік енергії Φ_e – кількість енергії, що випромінюється ї за одиницю часу

$$\Phi_e = dW/dt.$$

Миттєве значення потоку енергії дорівнює першій похідній за часом від енергії, яку випромінює тіло.

2. Енергетична світимість тіла R_e – це потік енергії, який випромінюється одиницею площі поверхні тіла по всіх напрямках

$$R_e = d\Phi_e/ds.$$

3. Введемо dR_ω – потік енергії, що випромінюється одиницею поверхні в інтервалі частот $d\omega$. Ця величина пропорційна довжині $d\omega$ інтервала частот

$$dR_\omega = r_\omega d\omega.$$

Коефіцієнт пропорційності r_ω називається випромінювальною здатністю тіла

$$r_\omega = dR_\omega/d\omega. \quad (7.1)$$

Випромінювальна здатність – це потік енергії з одиниці поверхні в одиничному інтервалі частот, тобто спектральна густина енергетичної світимості.

З урахуванням формули (7.1) енергетична світимість тіла визначається формулою

$$R_e = \int dR_\omega = \int r_\omega d\omega.$$

4. Поглинальна здатність тіла a_ω – це відношення поглинутого потоку $d\Phi'_\omega$ в інтервалі частот $d\omega$ до падаючого потоку $d\Phi_\omega$ в тому ж інтервалі частот

$$a_{\omega} = d\Phi'_{\omega}/d\Phi_{\omega}.$$

Якщо $a_{\omega} = 1$, тобто тіло поглинає усе падаюче на нього випромінювання і нічого не відбиває, то таке тіло називається абсолютно чорним.

Гарною моделлю абсолютно чорного тіла є сажа. Найкращою моделлю є внутрішня порожнеча в тілі з малим отвором. У такій порожнечі промінь світла, що потрапив у середину, багато разів перевідбивається, тому ймовірність його виходу практично дорівнює нулю і він повністю поглинається.

2. Закони теплового випромінювання

Закон Кірхгофа. Відношення випромінювальної і поглиненої здатностей не залежить від природи тіла і є для всіх тіл однією і тією ж функцією частоти і температури

$$r_{\omega,T}/a_{\omega,T} = f(\omega, T).$$

Для абсолютно чорного тіла (будемо помічати його параметри зіркою) $a_{\omega,T}^* = 1$ і тому

$$f(\omega, T) = r_{\omega,T}^*,$$

тобто універсальна функція Кірхгофа $f(\omega, T)$ є випромінювальною здатністю абсолютно чорного тіла. Тоді для енергетичної світимості абсолютно чорного тіла отримаємо

$$R_e^* = \int f(\omega) d\omega.$$

Таким чином, функція Кірхгофа $f(\omega, T)$ визначає розподіл енергії в спектрі випромінювання абсолютно чорного тіла і є спектральною густиною енергетичної світимості абсолютно чорного тіла.

Графіки функції Кірхгофа залежно від довжини хвилі випромінювання для різних температур тіла наведено на рисунку 86.

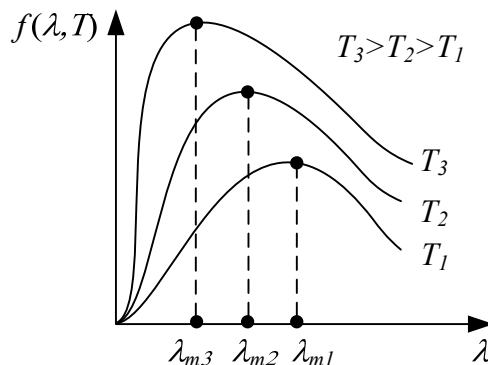


Рисунок 86

Перехід від $f(\omega, T)$ до $f(\lambda, T)$ здійснюється за формулою

$$f(\omega, T) = 2\pi c f(\lambda, T) / \omega^2.$$

При тепловому випромінюванні одночасно випромінюється увесь спектр довжин електромагнітних хвиль від 0 до ∞ . Але хвилі різної довжини переносять різну енергію. Довжина хвилі, яка переносить максимальну енергію (вона відповідає максимуму функції $f(\lambda, T)$) позначається λ_m . При збільшенні

температури хвилі всіх довжин переносять більшу енергію, а максимум $f(\lambda, t)$ зміщується у область більш коротких довжин хвиль. Останнім і пояснюється зміна кольору металевого тіла при нагріванні від малинового до білого. При нагріванні до „білого кольору“ у максимум функції $f(\lambda, t)$ потрапляють всі хвилі оптичного діапазону, а він дуже вузький $(0,4 - 0,7) \cdot 10^{-6}$ м.

Закон Стефана-Больцмана. Енергетична світимість абсолютно чорного тіла пропорційна четвертому ступеню абсолютної температури

$$R_{e*} = \sigma T^4,$$

де $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$ (Вт/м²К) – стала Стефана-Больцмана.

Закон Вина. При підвищенні температури довжина хвилі λ_m , на яку припадає максимум функції спектрального розподілу $f(\lambda, T)$, зменшується, але добуток $\lambda_m T$ залишається сталим

$$\lambda_m T = b,$$

де $b = 2,9 \cdot 10^{-3}$ (мК) – стала Віна.

3. Формула Релея-Джинса

Ультрафіолетова катастрофа. Релей і Джинс зробили спробу визначити функцію спектрального розподілу $f(\omega, T)$, виходячи з теореми класичної статистики про рівнорозподіл енергії за ступенями вільності. Електромагнітне поле теплового випромінювання вони розглядали як безперервне середовище електромагнітних коливань із середньою енергією коливання $\langle \varepsilon \rangle$. Тоді спектральна функція енергетичної світимості абсолютно чорного тіла

$$f(\omega, t) = c w / 4,$$

де c – швидкість світла у вакуумі, w – густина енергії електромагнітного поля, яка визначається за формулою

$$w = n \langle \varepsilon \rangle,$$

де n – кількість електромагнітних коливань в одиниці об'єму

$$n = \omega^2 / 4 \pi^2 c^3.$$

Тоді

$$f(\omega, T) = (\omega^2 / 4 \pi^2 c^2) \langle \varepsilon \rangle.$$

Згідно із класичною теорією рівнорозподілу енергії за ступенями вільності, середня енергія, що припадає на одну ступінь свободи, дорівнює $kT/2$. Електромагнітне коливання має дві ступені свободи: одна ступінь свободи припадає на електричну компоненту коливання, інша – магнітну. В результаті середня енергія електромагнітного коливання

$$\langle \varepsilon \rangle = kT, \quad (7.2)$$

де k – стала Больцмана, T – абсолютна температура. У формулі (7.2) половина kT припадає на електричну енергію, інша половина – на магнітну енергію коливання.

У результаті одержимо

$$f(\omega, T) = (\omega^2 / 4 \pi^2 c^2) kT. \quad (7.3)$$

Формула (7.3) називається формулою Релея-Джинса. Формула Релея-Джинса задовільно збігається із дослідними даними (див. рис. 87) лише при великих довжинах хвиль і повністю розходиться із дослідом для малих довжин хвиль (починаючи із ультрафіолетових). Це розходження у фізиці отримало назву ультрафіолетової катастрофи.

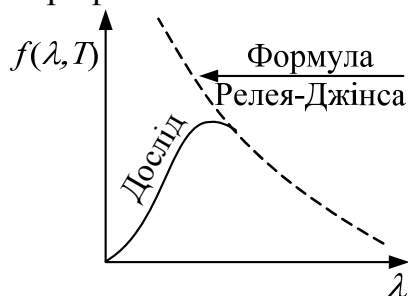


Рисунок 87

Виведення формули Релея-Джинса з класичної точки зору (з позиції класичної статистичної фізики і класичної електродинаміки) є бездоганим. Тому розходження цієї формули з дослідом вказувало на існування деяких закономірностей, які несумісні з уявленнями класичної статистичної фізики і класичної електродинаміки.

4. Формула Планка

У 1900 р. Планку вдалося знайти вигляд функції $f(\omega, T)$, яка точно збігалася із дослідною. Для цього йому прийшлося зробити припущення, яке було зовсім чуже класичним уявленням і полягало в тому, що електромагнітне випромінювання породжується у вигляді окремих порцій (квантів) енергії, величина яких пропорційна частоті

$$\varepsilon = \hbar \omega,$$

де $\omega = 2\pi\nu$ – циклічна частота (ν – частота), $\hbar = h/2\pi$, h – стала Планка ($h = 6,62 \cdot 10^{-27}$ Дж с).

Якщо випромінювання породжується порціями $\hbar \omega$, то його енергія ε_n повинна бути кратною енергії кванта

$$\varepsilon_n = n \hbar \omega \quad (n = 0, 1, 2, \dots).$$

Відповідно до закону Больцмана ймовірність P_n того, що енергія випромінювання має величину ε_n , визначається виразом

$$P_n = A \exp(-\varepsilon_n/kT) = A \exp(-n \hbar \omega/kT).$$

Нормуючий множник A знаходиться з умови, що сума всіх P_n повинна дорівнювати одиниці.

Середнє за часом значення енергії випромінювання частоти ω визначається формулою

$$\langle \varepsilon \rangle = \sum P_n \varepsilon_n = \frac{\hbar \omega}{e^{\hbar \omega/kT} - 1}. \quad (7.4)$$

Формула (7.4) дає середнє значення енергії квантового коливання. При $\hbar \rightarrow 0$, формула (7.4) переходить у класичну формулу середньої енергії електромагнітного коливання $\langle \varepsilon \rangle = kT$.

Замінивши у формулі Релея-Джинса класичне значення середньої енергії коливання на квантове (7.4), отримаємо формулу Планка

$$f(\omega, T) = \frac{\hbar \omega^3}{4\pi^2 c^2} \frac{1}{e^{\hbar \omega / kT} - 1}. \quad (7.5)$$

Формула (7.5) повністю збігається із дослідом у всьому інтервалі частот від 0 до ∞ . Вона задовольняє законам Віна і Стефана-Больцмана

$$R_{e*} = \int f(\omega, T) d\omega = \sigma T^4.$$

Таким чином, формула Планка (7.5) дає вичерпний опис рівноважного теплового випромінювання.

5. Фотони

Для пояснення розподілу енергії у спектрі рівноважного теплового випромінювання достатньо, як показав Планк, припустити, що світло випромінюється порціями $\hbar \omega$. Для пояснення явищ гальмівного рентгенівського випромінювання, фотоефекту достатньо припустити, що світло поглинається такими ж порціями. Однак Ейнштейн пішов значно далі. Він висунув гіпотезу, яку пізніше було дослідно підтверджено, що світло і поширюється у вигляді дискретних частинок, які спочатку назвали світловими квантами, а пізніше вони отримали назву фотонів. Отже, було дослідно доведено існування особливих світлових частинок – фотонів.

Енергія фотона. Фотон має енергію

$$\varepsilon = \hbar \omega = \hbar c / \lambda.$$

Маса фотона. Згідно з теорією відносності частинка з енергією ε має масу

$$m = \varepsilon / c^2 = h \nu / c^2 = h / c \lambda. \quad (7.6)$$

Фотон є частинка, що рухається з швидкістю світла c . Підстановка у формулу для маси релятивістської частини

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}, \quad (7.7)$$

значення $v = c$ обертає знаменник (7.7) у нуль. Разом з тим, як ми бачимо з формули (7.6), маса фотона є кінцевою величиною. Це можливе тільки у тому випадку, якщо маса спокою m_0 фотона дорівнює нулю.

Таким чином, фотон особлива частинка. Він суттєво відрізняється від таких частинок, як електрон, протон, нейтрон, для яких маса спокою не дорівнює нулю і які можуть знаходитися у стані спокою. Фотон не має маси спокою і може існувати тільки рухаючись з швидкістю світла c .

Імпульс фотона. Оскільки, для фотона $m_0 = 0$, то зв'язок між енергією і імпульсом має вигляд

$$\varepsilon = c p.$$

Звідси імпульс фотона

$$p = \varepsilon/c = h\nu/c = h/\lambda.$$

Отже світло повинно здійснювати тиск, який і було виміряне у дослідах Лебедева.

Тиск світла визначається формулою

$$p = (1+\rho) \varepsilon n / c,$$

де n – густина потоку фотонів (кількість фотонів, що падають на одиницю поверхні за одиницю часу), ρ – коефіцієнт відбиття фотонів. При освітленості $E = 50$ лк і довжині хвилі $\lambda = 0,55 \cdot 10^{-6}$ м (зелене світло) на 1 см^2 надає $2 \cdot 10^{13}$ фотонів за 1 с. Око людини починає реагувати на світло при потраплянні в нього приблизно 100 фотонів за 1 с.

Таким чином, світло виявляє корпускулярно-хвильовий дуалізм (двоякість). В одних явищах (інтерференція дифракція) проявляється його хвильова природа і він поводить себе як електромагнітна хвиля, в інших (теплове випромінювання, фотоефект, гальмівне рентгенівське випромінювання) – світло поводить себе як потік фотонів.

ГЛАВА 8

КВАНТОВА МЕХАНІКА

1. Гіпотеза де-Бройля

Хвильові властивості речовини. В 1924 р. де-Бройль висунув гіпотезу, що двоякість (дуалізм) не є особливістю тільки світла, але має універсальне значення. Він припустив, що частинки речовини поряд з корпускулярними властивостями мають також і хвильові і переніс на випадок частинок речовини ті ж правила переходу від корпускулярної картини до хвильової, які справедливі для світла. Ці твердження отримали назву гіпотези де-Бройля. Фотон має енергію і імпульс

$$\varepsilon = h \nu,$$

$$p = h / \lambda.$$

Енергія і імпульс відбивають його корпускулярні властивості, а частота ν і довжина λ – хвильові властивості.

За ідеєю де-Бройля рух будь-якої частинки пов'язаний з поширенням хвилі, довжина якої

$$\lambda = h / p, \tag{8.1}$$

а частота – $\nu = \varepsilon/h$.

Ці хвилі спочатку називали хвилями де-Бройля, а потім вони отримали назву хвилі матерії. Гіпотезу де-Бройля невдовзі було блискуче підтверджено експериментально у досліді з проходження електронного пучка через металеву фольгу (див. рис. 88, а).

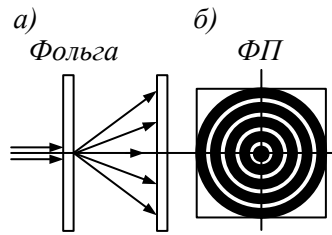


Рисунок 88

Прискорений пучок електронів проходить через тонку металеву фольгу і потрапляє на фотопластину (ФП). Електрон при співударі з фотопластиною чинить на неї таку ж дію, як фотон, тобто засвітлює місце попадання. Пучок електронів розсіюється металевую фольгою і дає дифракційну картину, аналогічну до тієї, що має місце при падінні на фольгу рентгенівського випромінювання (див. рис. 88, б). При цьому дифракційна картина відповідає довжині хвилі

$$\lambda = h / m v,$$

де v – швидкість електронів, тобто збігається з довжиною хвилі де-Бройля з формули (8.1).

Таким чином, матерія двояка, тобто частинки речовини одночасно мають і корпускулярні і хвильові властивості. Це положення називається принципом двоякості.

2. Квантово-механічний опис руху мікрочастинок

Виникла потреба побудувати механіку, яка б враховувала хвильові властивості частинок. Ця механіка спочатку отримала назву хвильової, а потім квантової механіки.

Рівняння Шредінгера. Основним рівнянням квантової механіки є рівняння Шредінгера. Для стаціонарних станів тобто станів, що не змінюються у часі, рівняння Шредінгера має вигляд

$$\Delta \phi + \frac{2m}{h^2} (E - U) \phi = 0,$$

де $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа (лапласіан);

m – маса частинки;

U – потенціальна енергія частинки у силовому полі, в якому вона рухається;

E – повна енергія частинки;

$\phi(x, y, z)$ – хвильова функція.

Хвильова функція. У квантовій механіці стан частинки описується хвильовою функцією $\phi(x, y, z)$. Фізичний зміст хвильової функції полягає в тому, що квадрат її модуля визначає густину ймовірності знаходження частинки у відповідному місці простору. Тоді ймовірність dP того, що частинка буде знайдена у межах об'єму dV визначається формулою

$$dP = |\phi|^2 dV.$$

Співвідношення невизначеностей. Квантова механіка має статистичний характер. Вона не дозволяє визначити місцезнаходження частинки у просторі або траєкторією, по якій рухається частинка. У застосуванні до мікрочастинок поняття певного місцеположення і траєкторії взагалі відсутні, оскільки рух по певній траєкторії не сумісний з хвильовими властивостями частинок.

Ступінь точності, з якою до частинки можна застосувати уявлення про певне положення її у просторі, дається співвідношенням невизначеностей. Згідно з цим співвідношенням частинка не може одночасно мати точне значення координати і відповідне цій координаті значення імпульсу. Математичне формулювання цього принципу має вигляд

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar,$$

де Δx – невизначеність (абсолютна похибка) координати; Δp_x – невизначеність імпульсу вздовж цієї координати.

Із співвідношення невизначеностей випливає, що чим точніше визначена одна з величин (координата або імпульс уздовж цієї координати), тим більшою стає невизначеність (похибка) іншої величини.

Квантування. Відповідно до свого фізичного змісту хвильова функція $\phi(x, y, z)$ повинна бути однозначною, кінцевою і безперервною у всій області визначення x, y, z . Рівняння Шредінгера має рішення, яке задовольняє цим умовам, не при будь-яких значеннях енергії E , а лише при певних визначених значеннях. Отже, енергія частинки у заданому силовому полі квантована, тобто змінюється не безперервно, а дискретно квантами (порціями) енергії з певним для даного силового поля (яке описується потенціальною енергією U) законом квантування. Крім енергії частинки, виявляються квантованими і інші її характеристики (момент імпульсу, тощо).

3. Атом водню

Енергія атома. В атомі водню потенціальна енергія

$$U = -Ze^2/r,$$

де e – заряд електрона, r – відстань електрона від ядра, Z – ціле число.

Якщо $Z = 1$ – це атом водню, а при $Z \neq 1$ – воднеподібний атом, тобто атом будь-якого елемента в якого відщеплені всі електрони, крім одного.

Рівняння Шредінгера для стаціонарних станів воднеподібного атому

$$\Delta\phi + 2m(E + Ze^2/r)\phi/\hbar^2 = 0$$

має розв'язок в наступних випадках:

1) При будь-яких позитивних значеннях енергії електрона E . Цей випадок відповідає електрону, що пролітає поблизу ядра і йде знову на нескінченність (див. рис. 89).

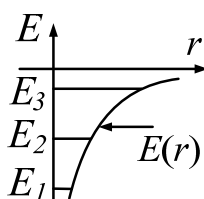


Рисунок 89

2) При дискретних від'ємних значеннях. Цей випадок відповідає електрону, що знаходиться у межах атому. Енергія електрона при цьому визначається формулою

$$E_n = -me^4 z^2 / 2\hbar^2 n^2 \quad (n = 1, 2, 3 \dots).$$

Квантові числа. Хвильові функції $\phi_{n,l,m}$, що відповідають значенням енергії E_n , містять три цілочисельні параметри:

- 1) n – головне квантове число, яке приймає цілочисельні значення $n = 1, 2, 3 \dots$;
- 2) l – азимутальне квантове число, яке при заданому головному числі n приймає цілочисельні значення $l = 0, 1, 2, 3, \dots, n-1$ – всього n значень;
- 3) m – магнітне квантове число, яке при заданому азимутальному числі l приймає цілочисельні значення $m = -l, \dots, 0, \dots, +l$ – всього $2l+1$ значень.

Таким чином, кожному значенню енергії E_n відповідає кілька хвильових функцій $\phi_{n,l,m}$, що відрізняються квантовими числами l і m . Стани з однаковою енергією називаються виродженими. Кратність виродження дорівнює

$$\sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = n^2.$$

Азимутальне квантове число l визначає орбітальний, тобто пов'язаний з рухом по орбіті навколо ядра, момент імпульсу електрона в атомі. Закон квантування моменту імпульсу електрона $M_e = \hbar \sqrt{l(l+1)}$.

Магнітне квантове число m визначає проекцію орбітального моменту імпульсу на вектор \vec{B} магнітного поля. Закон квантування $M_B = m\hbar$.

Таким чином, орбітальний момент імпульсу електрона в атомі і його проекція на напрямок магнітного поля, як і енергія, є квантовими числами, тобто змінюються дискретно кожна відповідно до свого закону квантування.

У атомній фізиці стан електрона в атомі з різними значеннями азимутального квантового числа прийнято позначати літерами.

$l = 0$ – s -стан,

$l = 1$ – p -стан,

$l = 2$ – d -стан,

$l = 3$ – f -стан.

Потім g, h і далі за латинською абеткою. Наприклад, якщо стан електрона $3p$, то це означає, що $n = 3, l = 1$.

Переходи електронів за енергетичним спектром. Схему рівнів енергії (енергетичний спектр) зручно приставити у вигляді, що подано на рисунку 90.

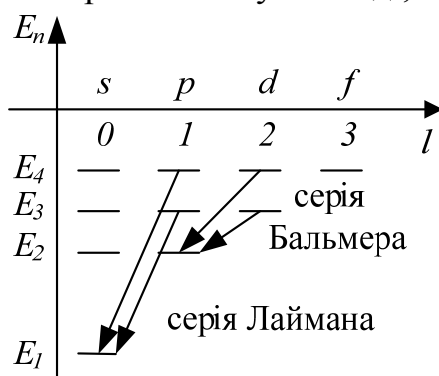


Рис. 90

Випромінювання і поглинання енергії атомом водню відбувається при переходах електрона із стану з одним значенням енергії E_n у стан з іншим значенням енергії (коротко кажуть – при переходах електрона з одного енергетичного рівня на інший).

Можливі тільки такі переходи, для яких азимутальне квантове число l змінюється на одиницю:

$$\Delta l = \pm 1. \quad (8.2)$$

Умова (8.2) називається правилом відбору і є наслідком закону збереження моменту імпульсу при випромінюванні і поглинанні фотона.

Спектри випромінювання і поглинання. Переходи $np \rightarrow 1s$ ($n=2,3,\dots$) утворюють серію ліній випромінювання, яка називається серією Лаймана. Переходи електрона $ns \rightarrow 2p$, $nd \rightarrow 2p$, $np \rightarrow 2s$ ($n = 3,4,\dots$) утворюють серію ліній випромінювання, яка називається серією Бальмера. Стан $1s$ – стан з мінімальною енергією – називається основним станом.

Атом поглинає (і випромінює) тільки ті фотони, енергія яких точно відповідає різниці енергії двох його рівнів. Спектр поглинання (з основного стану) $1s \rightarrow np$ ($n = 2,3,\dots$).

4. Багатоелектронні атоми

В атомах, що містять кілька електронів, кожний з електронів рухається в усередненому полі ядра і решти електронів. Енергетичні рівні електрона в такому центрально симетричному полі залежать не тільки від головного квантового числа n , але і від азимутального l , а відповідні їм хвильові функції від трьох квантових чисел

$$E = E_{nl}, \quad \phi = \phi_{nlm},$$

тобто в цьому випадку знімається виродження за азимутальним квантовим числом l .

Момент імпульсу атома в цілому складається з моментів імпульсу електронів, що входять до складу атома. Додавання моментів імпульсу здійснюється за квантовими законами

$$M_{l1} + M_{l2} = M_L,$$

де $M_{l1} = \hbar\sqrt{l_1(l_1+1)}$; $M_{l2} = \hbar\sqrt{l_2(l_2+1)}$ – моменти імпульсів, що додаються, l_1 , l_2 – їх азимутальні квантові числа. При цьому результуючий момент імпульсу

$$M_L = \hbar\sqrt{L(L+1)},$$

де $L = l_1 + l_2$, $l_1 + l_2 - 1, \dots, |l_1 - l_2|$ – азимутальне квантове число результуючого моменту імпульсу. Таким чином, результуючий момент імпульсу може набувати $2l_2 + 1$ або $2l_1 + 1$ (потрібно взяти менше з l_i) різних значень.

Переходи в енергетичній схемі рівнів атома підкоряються такому правилу відбору: можливі лише такі переходи, при яких момент імпульсу атома змінюється на одиницю $\Delta L = \pm 1$.

5. Спін електрона

Якщо атоми, що випромінюють світло, помістити у магнітне поле, то лінії випромінювання в спектрі випромінювання цього атома розщеплюються на кілька окремих ліній – мультиплет. Для пояснення мультиплетної структури спектрів у 1925 р. була висунута гіпотеза про те, що електрон має власний момент імпульсу M_s , не пов'язаний з рухом електрона по орбіті. Цей власний момент імпульсу електрона було названо спіном. Спін слід вважати внутрішньою властивістю, яка притаманна електрону, подібно тому, як йому притаманні заряд і маса.

Величина власного моменту імпульсу мікрочастинки визначається квантовим числом s

$$M_s = \hbar \sqrt{s(s+1)}.$$

Для електрона $S=1/2$; $M_s = \hbar \sqrt{3}/2$.

Проекція спіна на напрямок вектора індукції \vec{B} магнітного поля

$$M_{SB} = m_s \hbar,$$

де спінове квантове число електрона $M_s = \pm s = \pm 1/2$.

Повний момент імпульсу M_j електрона в атомі складається з орбітального M_e і спінового M_s .

$$M_j = M_e + M_s,$$

де $M_j = \hbar \sqrt{j(j+1)}$.

При цьому квантове число j , що визначає повний момент імпульсу електрона при $l \neq 0$, приймає два значення

$$j = l + 1/2, |l - 1/2|,$$

а при $l = 0$ тільки одне значення $j = s = 1/2$.

З механічними моментами пов'язані магнітні моменти, які взаємодіють один з одним подібно до того, як взаємодіють два контури з струмом. Енергія цієї взаємодії (яка називається спін-орбітальною взаємодією) залежить від взаємної орієнтації орбітального і спінового моментів. Отже, стани з різними квантовими числами j повинні мати різні енергії, і тому лінії випромінювання розщеплюються на мультиплети.

6. Розподіл електронів в атомі по енергетичних рівнях

Таким чином, стан електрона в атомі характеризується чотирма квантовими числами:

- 1) головне $n = 1, 2, 3, \dots$ (будь-яке ціле);
- 2) азимутальне $l = 0, 1, 2, \dots, n-1$ – всього n значень;
- 3) магнітне $m_l = -l, \dots, 0, \dots, +l$ – всього $2l+1$ значень;
- 4) спінове $m_s = \pm 1/2$ – всього два значення.

Енергія стану в основному визначається квантовими числами n і l . Крім того, має місце слабка залежність від m_l і m_s .

Заселення енергетичних рівнів, тобто розподіл електронів по станах з різними значеннями енергії, підкоряється двом принципам.

Принцип Паулі. В одному і тому ж атомі не може бути двох електронів, що мають однакову сукупність чотирьох квантових чисел n, l, m_l, m_s .

Принцип мінімуму енергії. У незбудженому стані атома електрони повинні розташовуватися на самих низьких досяжних для них енергетичних рівнях.

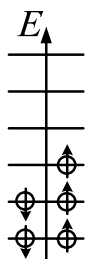


Рисунок 91

На рисунку 91 наведено заселеність енергетичних рівнів літію ($Z=5$) у незбудженому стані (тобто з мінімумом енергії). Такий стан атома має назву основного стану. Рівні розв'язані (тобто відрізняються) по квантових числах n, l, m_l . Тоді на кожному рівні (тобто у стані зі заданою енергією) знаходиться по два електрони з протилежно орієнтованими спінами, оскільки спінове квантове число приймає тільки два значення $m_s = \pm 1/2$. Сукупність електронів атома, що мають однакові квантові числа n і l , утворює оболонку. Кількість електронів у оболонці $N_{об} = 2(2l + 1)$.

Сукупність оболонок з однаковими головними квантовими числами n утворює шар. Кількість електронів в шарі $N_{ш} = 2n^2$.

Розподіл електронів по оболонках і шарах. Цей розподіл, а також позначення шарів наведено в таблиці. 1.

З табл. 1 видно, що елементи із зарядовим числом $Z = 2$ (He) і $Z = 10$ (Ne) мають повністю заповнені шари (К – шар для He; К і L – шари для Ne). Тому їхні хімічні властивості подібні і обидва вони відносяться до однієї групи періодичної системи (групи інертних газів). Елементи із зарядовим числом $Z = 3$ (Li) має повністю заповнений К-шар і один електрон у $2s$ стані. Елемент з $Z = 11$ (Na) має повністю заповнені К і L шари і один електрон у $3s$ стані. Електрон $2s$ для Li і $3s$ для Na пов'язані з ядром слабше за інших і є валентними. У зв'язку з цим хімічні властивості Na і Li подібні і вони знаходяться в одній групі періодичних систем.

Таблиця 1

n	Кількість електронів у шарі	Умовна позначка шару	Кількість електронів у оболонці				
			s(l=0)	p(l=1)	d(l=2)	f(l=3)	g(l=4)
1	2	К	2	–	–	–	–
2	8	L	2	6	–	–	–
3	18	M	2	6	10	–	–
4	32	N	2	6	10	14	–
5	50	O	2	6	10	14	18

Таким чином, за допомогою табл. 1 всі хімічні елементи можна розташувати по групах періодичної системи елементів.

7. Основні види міжатомного зв'язку молекул

Сили, що утримують атоми в молекулі, обумовлені взаємодією зовнішніх електронів атомів. Електрони внутрішніх оболонок при об'єднанні атомів у молекулу залишаються у попередніх станах. Розрізняють два види зв'язку атомів в молекулах.

1. Гомеополлярний (або ковалентний) зв'язок. Він здійснюється в тих молекулах, в яких частина електронів рухається навколо обох ядер. Цей зв'язок утворюється парами електронів з протилежно орієнтованими спінами (див. рис. 92)

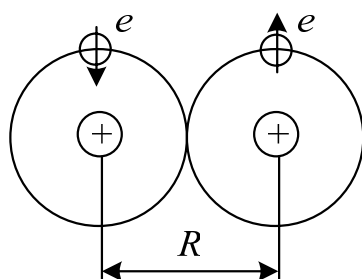


Рис. 92

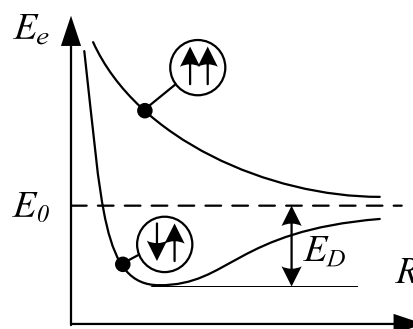


Рис. 93

Та обставина, що утворення молекули можливе лише при наближенні атомів з антипаралельними спінами, пояснюється тим, що електронна енергія E_e , тобто енергія електронної конфігурації, залежить від відстані R між ядрами атомів у молекулі, притому у випадках паралельної і антипаралельної орієнтації спінів характер цієї залежності суттєво різний. На рисунку 93 наведено такі залежності для молекул водню (H_2).

Тільки при антипаралельній орієнтації спінів атомів у цієї залежності є мінімум і, отже, можливе утворення молекули, бо стійким станом є стан з мінімумом енергії. Граничне значення енергії E_0 при $R \rightarrow \infty$, для обох кривих на рисунку 93 однакове і дорівнює сумі енергії ізолюваних атомів. Величина E_D – є енергія зв'язку молекули. Вона дорівнює енергії, яку потрібно надати молекулі, щоб викликати її розподіл на атоми.

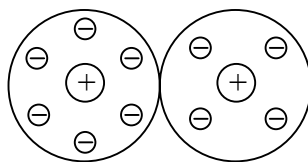


Рисунок 94

2. Гетерополярний (або іонний) зв'язок. Він має місце, коли електрони в молекулі можна розділити на дві групи, кожна з яких весь час знаходиться коло одного з ядер. Електрони розподіляються так, що навколо одного з ядер утворюється

надлишок електронів, а навколо іншого – їх нестача (див. рис. 94). Таким чином, молекула мовби складається з двох іонів протилежних знаків, які притягаються один до одного. Прикладами молекул з гетерополярним зв'язком є молекули $NaCl$, HCl та ін.

Список літератури

1. Савельев И.В. Курс общей физики. – М.: Наука, 1989. – Т. 1-3.
2. Зисман Г. А., Тодес О.М. Курс общей физики. – М.: Наука, 1994. – Т. 1-3.
3. Дущенко В. П., Кучерук І. М. Загальна фізика. Фізичні основи механіки, молекулярної фізики і термодинаміки. – К.: Вища школа, 1993.
4. Кучерук І. М., Горбачук І. Т. Загальна фізика. Електрика і магнетизм. К.: Вища школа, 1995.
5. Богацька І. Г., Головка Д. Б., Маляренко Д. А., Ментковський Ю. Л. Загальні основи фізики. – К.: Либідь, 1995. – Т. 1-2.

ЗМІСТ

Вступ	3
ЧАСТИНА 1	
ФІЗИЧНІ ОСНОВИ МЕХАНІКИ, МОЛЕКУЛЯРНОЇ ФІЗИКИ ТА ЕЛЕКТРОСТАТИКИ	
Глава 1. Механіка матеріальної точки та абсолютно твердого тіла	4
1. Кінематика матеріальної точки	4
2. Динаміка матеріальної точки	7
3. Робота і енергія	9
4. Кінематика обертального руху	12
5. Динаміка обертального руху	14
6. Енергія і робота при обертальному русі	17
7. Рівняння руху тіла і умови рівноваги	18
Глава 2. Молекулярна фізика і термодинаміка	20
1. Загальні положення	20
2. Внутрішня енергія системи	20
3. Елементарна кінетична теорія газів	22
4. Розподіл молекул за швидкостями і потенціальними енергіям	23
5. Явища переносу	25
6. Термодинаміка	27
Глава 3. Електростатика	30
1. Електричне поле у вакуумі	30
2. Електричне поле в діелектриках	36
3. Провідники у зовнішньому електричному полі	39
ЧАСТИНА 2	
ЕЛЕКТРОДИНАМІКА, КОЛИВАННЯ ТА ХВИЛІ, ОПТИКА, КВАНТОВА МЕХАНІКА	
Глава 4. Електродинаміка	42
1. Постійний електричний струм	42
2. Магнітне поле у вакуумі	46
3. Взаємодія струмів і частинок з магнітним полем	49
4. Магнітне поле у речовині	51
5. Електромагнітна індукція	54
Глава 5. Коливання і хвилі	57
1. Гармонічні коливання	57
2. Вільні коливання	58
3. Згасаючі коливання	59
4. Вимушені коливання	60
5. Хвилі	61
6. Електромагнітні хвилі	62

Глава 6. Хвильова оптика	64
1. Світлова хвиля	64
2. Інтерференція світла	65
3. Дифракція світла.....	69
4. Поляризація	74
Глава 7. Квантова оптика	78
1. Теплове випромінювання	78
2. Закони теплового випромінювання.....	79
3. Формула Релея-Джинса	80
4. Формула Планка.....	81
5. Фотони.....	82
Глава 8. Квантова механіка	83
1. Гіпотеза де-Бройля.....	83
2. Квантово-механічний опис руху мікрочастинок.....	84
3. Атом водню.....	85
4. Багатоелектронні атоми.....	87
5. Спін електрона.....	88
6. Розподіл електронів в атомі за енергетичними рівнями.....	88
7. Основні види міжатомного зв'язку молекул.....	90
Список літератури	91

Навчальне видання

Назаренко Євгеній Іванович

Орел Євгеній Станіславович

ФІЗИКА

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

(для студентів 1-го курсу денної та 1-2 курсів заочної форм навчання бакалаврів за напрямками 6.170202 - Охорона праці, 6.070101 - Транспортні технології (за видами транспорту), 6.060101 - Будівництво, 6.060103 - Гідротехніка (водні ресурси), 6.040106 - Екологія, охорона навколишнього середовища та збалансоване природокористування, 6.080101 - Геодезія, картографія та землеустрій, 6.050201 – Системна інженерія, 6.090103 – Лісове і садово-паркове господарство)

Відповідальний за випуск *О. М. Петченко*

За авторською редакцією

Комп'ютерне верстання *Є. І. Назаренко*

План 2015, поз. 87Л

Підп. до друку 05.05.2015 р.

Друк на різнографі

Зам. №

Формат 60 x 84/16

Ум. друк. арк. 5,8

Тираж 50 пр.

Видавець і виготовлювач:

Харківський національний університет
міського господарства імені О. М. Бекетова,
вул. Революції, 12, Харків, 61002

Електронна адреса: rectorat@kname.edu.ua

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:

ДК № 4705 від 28.03.2014